

1903.

N. 2.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 10. HEFT 2.

DER GANZEN REIHE 315. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1903.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 12 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 38 M.

(Ausgegeben am 27. Januar 1903.)

Inhalt.

	Seite
1. L. Holborn und F. Kurlbaum. Über ein optisches Pyrometer	225
2. Franz Lindig. Über den Einfluß der Phasen auf die Klangfarbe	242
3. O. Grottrian. Die Unipolarmaschine ohne Eisen	270
4. F. Kohlrausch und L. Holborn. Über ein störungsfreies Torsionsmagnetometer	287
5. H. Haga und C. H. Wind. Die Beugung der Röntgenstrahlen	305
6. Wilhelm Donle. Eine selbsttätige Sprengelsche Quecksilberluftpumpe, zugleich Erwiderung an Hrn. Kahlbaum	313
7. Ferdinand Braun. Einige Versuche über Magnetisierung durch schnelle Schwingungen	326
8. Max Reinganum. Über Molekularkräfte und elektrische Ladungen der Moleküle	334
9. Max Reinganum. Zum Mechanismus elektrochemischer Vorgänge	354
10. D. Konowalow. Das kritische Gebiet der Lösungen und die Erscheinungen der Opaleszenz	360
11. B. Walter. Über die Entstehungsweise des Blitzes	393
12. Heinrich Maché. Zur Physik der Flamme	408
13. Zemplén Győző. Über den Energieumsatz in der Mechanik	419
14. Robert Geigel. Über Absorption von Gravitationsenergie durch radioaktive Substanz	429
15. Max Planck. Über die Grundlage der Lösungstheorie; eine Erwiderung	436
16. L. Holborn und F. Henning. Über die Ausdehnung des geschmolzenen Quarzes	446
17. A. Schmidt. Der Energieinhalt einer unendlich hohen Luftsäule bei konstantem Werte von σ und T	449
18. G. Quincke. Die Messungen des Hrn. Gallenkamp mit Adhäsionsplatten	453
Berichtigung	456

Personalnotizen.

Durch Berufung eines Assistenten nach auswärts ist eine

== Assistentenstelle ==

frei geworden. Bewerbungen um dieselbe ist ein Lebenslauf beizufügen.

Physikalisches Institut
der technischen Hochschule zu Dresden.

Prof. Dr. Hallwachs.





stärke fallen lassen. Wir nehmen einmal an, daß mehrere schwache Südpole zwischen je zwei stärkeren Nordpolen lägen. Dann fällt die oben genannte eigentliche Symmetrieachse fort, und es können sehr wohl auch geradzahlige Oberschwingungen auftreten, und demnach also z. B. die Oktave gehört werden.

Dieser Ausnahmefall ist durch Versuche bestätigt worden. Durch eingehende Messungen ist auch ferner die Grenze festgestellt worden, bis zu welcher die Polstärken verschieden sein müssen, um eine hörbare Oktave zu liefern.

Optische Darstellung des Klangunterschiedes bei Wechseelpolen und bei Gleichpolen.

Eine von den bisher angegebenen gänzlich verschiedene Methode, die Obertöne meiner Telephonklänge nachzuweisen, habe ich in folgender Weise angewendet:

In einer Abhandlung über den „Leitungswiderstand von Wismutdraht“¹⁾ wendet Hr. Prof. Lenard (p. 631) zum empfindlichen Nachweis von Wechselströmen eine in einem starken Magnetfelde befindliche gespannte Metallsaite an.

Erzeugt man hiernach einen Wechselstrom und läßt seine Periodenzahl langsam steigen, so sieht man in dem Augenblick, wo diese Periodenzahl mit der der Saite übereinstimmt, die Saite plötzlich stark hin- und herschwingen. Sobald die Periodenzahl weiter wächst, kommt die Saite wieder in Ruhe.

Dies Verfahren wandte ich in der Weise an, daß ich den durch alle vier Elektromagnete (bei Phase 0) erzeugten Wechselstrom durch eine gespannte Kupferdrahtsaite gehen ließ, diese währenddes durch das magnetische Feld eines starken Elektromagneten führte und dann ihre Schwingungsform im Augenblick der Resonanz durch ein Mikroskop beobachtete. Die Saite, deren ich mich bediente, war aus Cu-Draht von 0,2 mm Durchmesser. Ich verwandte wohl auch bisweilen dickere Saiten und solche aus Messingdraht; die dickeren ergaben jedoch, wie zu erwarten war, weniger große Schwingungsweiten während der Resonanz durch Wechselstrom. Die Saite war

1) P. Lenard, Wied. Ann. 39. p. 618f. 1890. Die Saite wird daselbst als Ersatz des Telephons in der Wheatstoneschen Brücke verwandt, in derselben Weise, wie das später von Hrn. M. Wien angegebene „optische Telephon“.

auf einer Holzleiste von 95 cm Länge gespannt, sodaß die Spannweite von Steg zu Steg genau 80 cm betrug. Auf der Holzleiste lief unter der Saite eine Zentimeterskala aus Papier entlang. Die Spannung geschah, ganz wie bei einem Monochord, vermittelt eines Hebels, an den verschiedene Gewichte gehängt werden konnten.

Zwei Holzstege von 3 cm Höhe markierten Anfangs- und Endpunkt der Saite. Den Grundton derselben stimmte ich so, daß er dem bei gleichmäßiger Rotation der Magnetscheibe im Telephon erzeugten Grundton angenähert entsprach. Meist wählte ich diesen ziemlich tief (etwa 60—70 v. d.), weil so die Amplituden der resonierenden Saite größer und die Schwingungsform charakteristischer ausgeprägt wird. Im Prinzip ist hier übrigens nichts im Wege, mit der Zahl der Grundschnvingungen der Saite und des Wechselstromes sogar unter die Grenze der Hörbarkeit herabzugehen; auch dann bleiben die Erscheinungen in aller Deutlichkeit bestehen.

Zur Herstellung des magnetischen Feldes bediente ich mich eines starken Ringelektromagneten, der durch eine Akkumulatorenbatterie mit 10 Amp. gespeist wurde. Der Abstand seiner Pole war mit Hilfe eines Scharniers an der Unterseite des Elektromagneten in weiten Grenzen verstellbar; ich machte ihn meist gleich 1—3 mm. Dabei verwandte ich zwei Arten von Polformen, die ausgewechselt werden konnten; ihre Wirkungsunterschiede finden sich in der Dissertation näher charakterisiert.

Die Holzleiste wurde durch Stative in einer solchen Lage gehalten, daß die 3 cm über ihr befindliche Saite gerade mit dem gewünschten Punkte durch die Pole des Elektromagneten frei hindurchlief.

Die Beobachtung der schwingenden Saite endlich geschah durch ein horizontal auf einem Tischchen befindliches Quinckesches Kathetometermikroskop, das mit dem Tischchen vor der Saite entlang geschoben werden konnte. Ein Teilstrich seines Okularmikrometers entsprach bei dem zu meinen Versuchen gewählten Objektiv dem fünfzigsten Teil eines Millimeters. Die Ablesungen, also die Zahlen in den nachher folgenden Tabellen, beziehen sich immer nur auf die Elongationen nach einer Seite, von der Gleichgewichtslage an gerechnet.

Die Ausführung des Versuches geschah in folgender Weise:

Da es nur schwer möglich war, die Geschwindigkeit des Laufwerkes so genau zu regulieren, daß sich der Ton des zugleich im Stromkreis befindlichen Telephons andauernd auf der Höhe des Grundtones der Saite befand, so ließ ich die Sirene durch abwechselndes Bremsen und Wiederfreigeben mehrere Male diesen Punkt durchlaufen, beobachtete an einer Stelle mit dem Mikroskop die jedesmal auftretenden Maxima der Elongationen und wiederholte den Versuch an einer benachbarten Stelle, wohin ich das Mikroskop auf einem Tischen verschoben hatte.

Im ganzen erhielt ich ein Bild von der Schwingung der Saite während der Erregung durch den Wechselstrom. Wenn die Saite gerade in ihrer Mitte, also bei Skalenteil 40 (das Ganze gleich 0 bis 80), durch das magnetische Feld geführt war, so zeigte ihre Schwingungsform eine mehr oder weniger sinusförmige Gestalt. Teilweise hing diese von der Art der verwendeten Polschuhe ab.

Um nun zu ermitteln, welche Obertöne im Klange des Telephons, also welche Oberschwingungen in dem Wechselstrom vorhanden waren, ließ ich die Saite in dem Punkte durchs Magnetfeld gehen, wo die fragliche Oberschwingung, als Schwingung der Saite betrachtet, ihren Bauch hatte. War die Oberschwingung in dem Strome vorhanden, so bildeten sich in dem Augenblick, wo die Periodenzahl des Wechselstromes dem Grundton der Saite, und also auch die Zahl der Oberschwingungen dem fraglichen Oberton der Saite entsprach, die Knoten und Bäuche dieses Obertones in der Schwingungsform der Saite ab. War dagegen jener Oberton nicht im Klange des Telephons vorhanden, so geriet die Saite im beschriebenen Augenblick nur in Grundtonschwingung, schwang also mit dem Maximum der Elongationen in der Mitte bei 40. Der Grundton der Saite wird nämlich durch den Wechselstrom stets mit erregt, einerlei in welchem Punkte man sie durch das magnetische Feld führt.

Dies ist auch der Grund, weshalb ich nie die reine Oberschwingung in der Form der Saite erhielt.

Charakteristisch aber für das Vorhandensein eines Obertones sind seine Bäuche, die sich durch ein Wiederansteigen

der Elongationen mehr an den Enden der Saite zu erkennen geben, und die Knoten in der Nähe der Mitte, kenntlich durch das Kleinerwerden der Amplituden.

Die folgende Tabelle zeigt den charakteristischen Unterschied zwischen den Klängen der Wechsele Pole und denen der Gleichpole. Beide Versuchsreihen bezweckten hier die Aufsuchung der Oktave in den durch die Telefonsirene erzeugten Klängen; also war jedesmal die Saite in $\frac{1}{4}$ ihrer Länge, bei 20, durch das Magnetfeld geführt worden. Bei der Schwingungsform der Saite, die durch den Induktionsstrom der Wechsele pole erzeugt wurde, ist aber, obwohl die Saite im Bauch der Oktave (20) erregt wurde, gar nichts von einer Oktavenschwingung der Saite zu sehen. Die Elongationen steigen bis zur Mitte der Saite (40) an und fallen von dort an regelmäßig bis zum Ende der Saite (bei 80) ab. Also ist hier nur die Grundschwingung des Wechselstromes tätig gewesen und diese hat die Grundschwingung der Saite erregt, gerade als wenn ich die Saite in ihrer Mitte (bei 40) erregt hätte. Im Gegensatz hierzu zeigen die Zahlen für den Versuch mit Gleichpolen deutlich die Oktavenschwingung der Saite über der auch mit erregten Grundschwingung.

Man sieht ein Absteigen der Kurve nach der Mitte zu (40) und ein Ansteigen beim zweiten Bauch ($\frac{3}{4}$ Saitenlänge = 60).

Aufsuchung der Oktave bei Wechsele Polen und bei Gleichpolen.

Elektromagnet = 20 (konische Pole).

	27	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
I. Wechsel- pole	34,5	35,9	41,3	45,1	40,1	40,0	30,1	26,5	22,5	15,1	7,0	0
	35,0	38,2	40,1	46,6	41,5	38,2	32,4	28,4	23,6	14,9	7,6	0
	34,6	39,0	42,2	45,3	40,0	37,0	33,2	27,6	24,0	15,0	7,4	0
	34,4	37,6	41,9	44,8	41,3	39,5	32,5	29,0	22,8	15,6	7,5	0
Mittel:	34,62	37,67	41,37	45,45	40,47	38,67	32,05	27,87	23,22	15,15	7,37	0
II. Gleich- pole	17,6	16,0	15,0	14,8	15,2	16,0	16,5	16,0	13,6	8,1	4,0	0
	17,5	15,3	15,2	14,9	15,6	15,8	16,0	16,5	12,3	7,7	3,2	0
	17,0	14,9	14,8	15,0	15,9	15,8	15,6	15,8	12,0	7,5	3,5	0
	16,5	14,9	15,0	14,8	15,2	15,4	15,8	16,0	12,0	7,2	3,2	0
Mittel:	17,15	15,27	15,0	14,87	15,47	15,75	15,97	16,07	12,47	7,62	3,47	0

Ich habe die beiden Versuchsreihen dieser Tabelle schnell hintereinander ausgeführt, und auch nur in Abständen von 5 cm je vier Ablesungen gemacht, um so ganz sicher zu sein, daß während des Versuches noch alle Verhältnisse in Bezug auf magnetisches Feld, Spannung der Saite etc. dieselben geblieben waren. Auf den Scheiben hatte ich 16 bez. 8 Magnete verwendet, sodaß ich die Spannung der Saite während des ersten und des zweiten Teiles der Beobachtungen nicht zu verändern brauchte.

Dieselben Versuche habe ich in vielen Variationen wiederholt, mit anderen Magnetzahlen und mit anderen Tonhöhen. Das Resultat blieb stets dasselbe: die *Wechselepole* erzeugten niemals die Schwingungsform der *Oktave*. Ich habe diese Methode weiterhin auch zum Nachweis höherer Obertöne in den Klängen angewandt. Die Duodezime trat sowohl bei Wechselpolen wie bei Gleichpolen auf. In diesem Falle erregte ich die Saite bei $\frac{1}{6}$ ihrer Länge (13,3). Dann bildeten sich über der wiederum miterregten Schwingungsform des Grundtones die Knotenstellen der Duodezime nahe bei 26,6 und 53,3 aus; dagegen waren die Bäuche bei 40 und 66 zu erkennen. Letzterer trat aber nicht mehr ganz deutlich hervor.

Bei höheren Obertönen, dem vierten und fünften, lieferte mir die optische Methode keine sicheren Resultate mehr. Die einzelnen Knoten und Bäuche waren wegen der Miterregung der Grundschiwingung der Saite nicht mehr in jedem Falle mit Bestimmtheit zu erkennen. Es kam mir auch vor allem bei dieser Methode darauf an, einmal auf einem anderen, als dem akustischen Wege, den Unterschied zwischen den Klängen der Wechselepole und denen der Gleichpole nachzuweisen. Es hat sich also das durch frühere Methoden gefundene Resultat auch hier bestätigt.

Lagerung der Obertöne.

Die bisherigen Versuche gingen lediglich darauf aus, festzustellen, welche Obertöne bei den beiden Anordnungen der Magnete auftraten oder auftreten konnten.

Die Resultate der Versuche, in denen ich durch Auslöschung und Verstärkung die Existenz der einzelnen Obertöne ermittelte, sind ganz unabhängig von den Phasen der

Töne. Der Stromumkehrversuch dagegen, sowie die theoretischen Betrachtungen beschränkten die Phasenmöglichkeiten auf Phase 0 und $\frac{1}{2}$. Hier soll jetzt eine Methode zur Ermittlung der Phasen gegeben werden, die ganz unabhängig von den früheren Voraussetzungen oder Beschränkungen ist. Darauf leitet die folgende Betrachtung:

Die Grundschiwingung des Wechselstromes ist jedesmal durch die Magnetstellung und Lage der Elektromagnete zu jenen in der Phase fest bestimmt. Wenn ich also bei einer Scheibe die Phase eines Obertones zum Grundtone finden will, so brauche ich jenen Oberton nur auf einer zweiten Scheibe als Grundschiwingung zu erregen. Werden dann die Wellensysteme gegeneinander verschoben, so müssen offenbar Maxima und Minima des fraglichen Obertones auftreten. Die Phase des als Grundschiwingung erregten Obertones ist bekannt; mithin läßt sich die gesuchte finden. Das bewegliche System brachte dabei die Interferenz des Obertones zu stande. Handelte es sich z. B. um Ermittlung der Phase der Oktave, so las ich an der Skala die gehörten Stellen der Maxima und Minima der Oktave ab. So ergab sich die wirkliche Phase des Obertones; im Maximum hatte er die gleiche, im Minimum die entgegengesetzte Phase wie die als Grundschiwingung erregte Oktave. Hierbei ist es offenbar am zweckmäßigsten, wenn man den Abstand der Obertonscheibe so regelt, daß der beobachtete Ton im Minimum gerade verschwindet. Daher hat man im allgemeinen, weil die Obertöne schwächer sind als der Grundton, die Elektromagnete von der Obertonscheibe etwas weiter zu entfernen. Dies ist durch das Zurückziehen der Elektromagnete in den Korken immer leicht möglich.

Als Phase 0 bezeichne ich die Lage, bei der vor beiden Elektromagneten zu gleicher Zeit ein Nordpol steht. Da das bewegliche Elektromagnetsystem sich stets vor der Obertonscheibe (d. h. derjenigen, die den zu untersuchenden Oberton als Grundschiwingung hat) befindet, so genügt folglich eine Verschiebung des Armes um den Abstand zweier Magnete der Obertonscheibe, um den Zustand der Phase 0 wieder herzustellen. Die Phase 0-Stellen ermittelte ich in der Weise, daß ich an der Skala ablas, wo gerade der Arm A_1 sich befinden mußte, wenn sämtliche vier Elektromagnete vor Nordpolen standen.

Aus den in der Dissertation ausführlich angegebenen Versuchsreihen sei hier nur folgendes Beispiel angeführt:

Grundtonscheibe: 6 Magnete in Gleichpolstellung

Obertonscheibe: 12 " " "

Auslöschung der Oktave:	65	123,5	180	239	296,5	
Verstärkung der Oktave:	93	151	208	266,5	325	
Phase 0:	93	151	209	267	325	

Aus den Zahlen läßt sich schließen, daß die Oktave im Klange der Grundtonscheibe in Phase 0 zum Grundton steht; denn sie hat ihr Maximum, wenn die Obertonscheibe in Phase 0 zur Grundtonscheibe steht; folglich stimmen in dem Augenblick die Phasen der beiden Oktaven überein.

In ähnlicher Weise sind auch die Phasen der höheren Obertöne (bis zum fünften und sechsten) und zwar sowohl bei Gleichpolen wie bei Wechseelpolen festgestellt worden. Bei letzteren wählte ich teilweise auch Gleichpolscheiben, um die Interferenz des fraglichen Obertones zu stande zu bringen, weil sonst die Zahl der rotierenden Magnete unnötig groß wird. Überall ergab sich dasselbe Resultat, daß nämlich die Obertöne sämtlich, soweit sie sich beobachten ließen, in Phase 0 zum Grundton stehen.

Ich kann demnach als Ergebnis aller bisher angeführten Untersuchungen über die Eigenschaften der Telefonsirene allgemein den Satz aussprechen:

Läßt man Magnete, sei es in gleicher oder in abwechselnder Polstellung, in gleichen Abständen kontinuierlich vor Elektromagneten vorbeieilen, so erzeugen sie in diesen periodische Wechselströme, die, durch ein Telephon geleitet, auf dessen Membrane Klänge erzeugen, welche neben dem Grundton harmonische Obertöne in Phase 0 zu diesem enthalten. Wechseelpole erzeugen dabei nur die ungeraden Obertöne.

Da wir jetzt aufs genaueste unsere Tonquelle in ihren Bestandteilen analysiert haben, können wir sie nunmehr zur Lösung der Frage benutzen, ob die Phasen der Komponenten eines beliebigen Intervalles seine Klangfarbe beeinflussen. Ich habe allerdings keine ins einzelne gehenden quantitativen

Messungen über die *Intensität* der Grund- und Obertöne angestellt; dies ist jedoch für die Lösung der vorliegenden Frage von durchaus keiner Wichtigkeit. Es genügt völlig, daß es möglich ist, Zahl und Intensität der Obertöne in den weitesten Grenzen zu variieren.

Einfluß der Phasen auf die Klangfarbe beliebiger Intervalle.

Schon bei der Untersuchung, in welchen Phasen die Obertöne zum Grundton stehen, haben wir zwei Magnetsysteme auf einmal als Tonerreger verwandt und den so entstandenen Klang bei Phasenverschiebung beobachtet. Die obere Komponente aber wählten wir immer so, daß sie einen bestimmten Teilton des Grundklanges darstellte, und ihn so je nach der Phase verstärkte oder vernichtete.

Um jetzt die Telefonsirene zur Entscheidung der allgemeinen Phasenfrage zu verwenden, brauche ich nur zwei Scheiben mit beliebig vielen Magneten auf einmal rotieren zu lassen. Vermittelst des drehbaren Elektromagnetsystems gelingt es, die beiden Komponenten des entstandenen Intervalles in beliebiger Phase zueinander auf das Telephon wirken zu lassen. Hierbei muß sich ein Phaseneinfluß, falls solcher überhaupt bemerkbar ist, auch geltend machen.

Bei der Durchführung dieses Hauptteiles meiner Arbeit bin ich bestrebt gewesen, die Klangfarbe der einzelnen Intervalle erstens in verschiedenen Tonhöhen, zweitens mit ganz verschiedener Stärke der Obertöne und drittens auch jedesmal in den verschiedenen möglichen Polanordnungen der Scheiben zu untersuchen.

Bezeichne ich die Scheibe, die den tieferen der beiden Töne erzeugt, mit *A*, die andere mit *B*, so waren vier Kombinationen der Polstellung auf den Scheiben möglich:

$$1. \quad A = Gp, \quad B = Gp. \qquad 3. \quad A = Wp, \quad B = Gp.$$

$$2. \quad A = Gp, \quad B = Wp. \qquad 4. \quad A = Wp, \quad B = Wp.$$

wo *Wp* Wechselepole und *Gp* Gleichpole bedeutet.

Die Höhe der Töne ließ sich durch die Anzahl der verwendeten Magnete und durch die Geschwindigkeit des Laufapparates regulieren; die Obertöne wurden gleichfalls durch

größere oder geringere Zahl der Magnete in ihrer Intensität variiert.

Bei diesen Untersuchungen ist es von Wichtigkeit, genau zu wissen, was unter der Phase der Komponenten eines beliebigen Intervalles zu verstehen ist, und wie weit die Wellensysteme gegeneinander verschoben werden müssen, daß wieder der Anfangszustand, etwa Phase 0, eintritt. Als Phase 0 bezeichnen wir die Lage der beiden Wellenzüge zueinander, wenn zwei Wellen zu gleicher Zeit in derselben Richtung durch die Gleichgewichtslage gehen. Bei der Quinte geschieht dies z. B. dann jedesmal in Abständen von zwei Wellenlängen der tieferen, oder drei der höheren Komponente. Folglich braucht man, um bei der Phasenverschiebung die Phase 0 wieder zu erhalten, die Wellensysteme auch nur so weit gegeneinander zu verschieben, bis wiederum irgend zwei Wellen zugleich in positiver Richtung durch die Gleichgewichtslage gehen. Das Problem ist ganz dasselbe wie beim Nonius; den Teilstrichen dort entspricht hier je eine Wellenlänge. Das Resultat ist allgemein folgendes: Beim Intervall $A:B = n:m$ genügt es, wenn wir B um den n^{ten} Teil seiner Wellenlänge gegen A verschieben, damit wieder der Zustand von Phase 0 erreicht wird. Dies ist also bei der Quinte $A:B = 2:3$ gleich $\frac{1}{2} B$, bei der Quarte $A:B = 3:4$ gleich $\frac{1}{3} A$ etc. Da die beiden Wellen als fortlaufend gedacht werden müssen, so ist es ganz einerlei, welche beiden Wellenlängen gerade den Zustand von Phase 0 markieren.

Demnach habe ich an meinem Apparat die Phase 0 so aufgesucht, daß ich, während die Scheiben stillstanden, nachsah, bei welcher Zahl der Skala gerade allen Elektromagneten gleiche Pole (N) gegenüberstanden. Von da aus ergaben sich durch Rechnung die Zahlen für die übrigen Phase 0-Stellen in Abständen von $\frac{1}{n} B$. Bei allen Versuchen ermittelte ich zuerst die *Klangeigentümlichkeiten*; nachträglich stellte ich dann erst die *Phase 0-Stellen* fest.

Als Beispiel der in der Dissertation angeführten größeren Versuchsreihe sei hier das Intervall der Quinte herausgegriffen. Ich wählte dabei

$$1. \quad A = 10 \text{ Gp}, \quad B = 15 \text{ Gp}.$$

In der Tat zeigte sich ein sehr bemerkbarer Unterschied der Klangfarbe während der Phasenverschiebung, und zwar

wurde der Klang der Quinte dumpfer in Abständen von ungefähr 23 Skt.

Nun muß aber in Betracht gezogen werden, daß die von den Scheiben in diesem Falle gelieferten Töne nicht rein waren, sondern begleitet von einer Reihe Obertönen. Der Zahl der Magnete nach verhielten sich die Grundtöne der Scheiben wie 2:3. Dabei hatte ich auf beiden Scheiben Gleichpole; diese erzeugen theoretisch die ganze Reihe der harmonischen Teiltöne. Wenn wir damit praktisch bis zum sechsten gehen, erhalten wir folgendes Tonschema, wobei der Grundton als Teilton 1 mitrechnet.

Teilton	1	2	3	4	5	6
Scheibe A = 10 G p	2	4	6	8	10	12
Scheibe B = 15 G p	3	6	9	12	15	18

Hieraus ist ersichtlich, daß der dritte Teilton von A mit dem zweiten von B identisch ist (beide durch „6“ bezeichnet). Dieser gemeinsame Oberton kann also bei der Phasenverschiebung sehr wohl eine Klangveränderung des Intervalles bedingen. Ferner kann auch der gemeinsame Ton „12“, einmal als sechster und einmal als vierter Teilton, einen Phaseneinfluß hervorrufen.

Demnach wäre zu untersuchen, ob in unserem Falle die Klangveränderung allein darin bestand, daß diese Obertöne miteinander interferierten.

Ich stelle hier die durch Rechnung und durch Beobachtung gefundenen Zahlen nebeneinander. Optisch festgestellte Phase 0 war 50. Da $\frac{1}{2} B = 23,2$ Skt., so folgt nach obiger Regel:

Phase 0:50: 73,2, 96,4, 119,6, 142,8, 166,0, 189,2, 212,4, 235,6,
258,8, 282,0, 305,2, 328,4.

Stellen dumpferen Klanges	16	40	62	85	110	131	153
Auslöschung des Tones „6“	15,2	38,4	61,6	84,8	108	131,2	154,4

Stellen dumpferen Klanges	177	203	224	250	272	294	320
Auslöschung des Tones „6“	177,6	200,8	224	247,2	293,6	270,4	316,8

Wie man sieht, stimmen die Zahlen der Auslöschung sehr gut mit den für dumpferen Klang gefundenen überein.

Also ist nicht daran zu zweifeln, daß die Klangveränderung in diesem Fall lediglich durch das Verschwinden der Oktave von B veranlaßt wurde. Bei genauerer Beobachtung zeigte sich auch der Charakter der Klangveränderung als derart, daß abwechselnd ein Oberton stärker und schwächer wurde. Andere Klangveränderungen waren nicht wahrzunehmen. Der Oberton $2n.m = 12$ war den Scheiben nicht mehr eigen.

$$2. A = 10 Gp, B = 30 Wp.$$

Bei dieser Anordnung veränderte die Quinte während der Phasenverschiebung in keiner Weise ihren Klang. Dieser floß in allen Bestandteilen gleichmäßig dahin. Die Überlegung zeigt, daß Interferenzen zwischen gleichen Obertönen nicht eintreten konnten. Der Ton „6“ müßte ein gerader Oberton von B sein und wird bei Wechselempolen nicht erregt. Also zeigte die Quinte hier keinen Phaseneinfluß.

$$3. A = 20 Wp, B = 15 Gp.$$

Dieser Fall ist dem in 1. behandelten ganz analog. Daher zeigte sich hier ein Hin- und Hergehen des Klanges zwischen dumpferer und hellerer Farbe. Durch Rechnung zeigt sich, daß die Zahlen dumpferen Klanges genau den Auslöschungsstellen des Tones „6“ entsprechen. Im übrigen bringt der Versuch nichts Neues.

$$4. A = 16 Wp, B = 24 Wp.$$

Hier findet während der Phasenverschiebung durchaus keine Klangveränderung statt. Der Versuch ist also, ebenso wie 2., ausschlaggebend für das Urteil: daß die reine Quinte ohne gleiche Partialtöne keinen Phaseneinfluß hören läßt.

Schließlich habe ich das Quintenintervall noch mit einer größeren Zahl von Magneten: $A = 16 Gp$, $B = 24 Gp$ und $A = 20 Gp$, $B = 30 Gp$ untersucht. In beiden Fällen fiel die Interferenz gleicher Obertöne fort, da solche, namentlich in den Scheiben B , nicht mehr vorhanden waren. Damit fiel aber auch zugleich die Wirkung der Phasen auf die Klangfarbe der Quinte fort. Diese tönt unverändert durch alle Phasen. In dem zuletzt angeführten Beispiel 20:30 klangen fast reine Töne zusammen.

Aus diesem einen Beispiel ist schon das Gesetz zu ersehen, das sich mir bei allen untersuchten Intervallen bestätigt hat.

Es zeigte sich hier, daß die reine Quinte an sich in allen Phasenstellungen ihrer Komponenten denselben Klang behält.

Ein Klangunterschied macht sich nur dann, aber auch immer dann geltend, wenn die Komponenten gemeinsame Obertöne haben.

In ähnlicher Weise habe ich die Intervalle der Oktave, Quarte, großen und kleinen Terz, großen und kleinen Sexte, großen und kleinen Sekunde und der Septime untersucht.

Immer konnte ein sich bemerkbar machender Klangwechsel während der Phasenverschiebung als Interferenzvorgang gemeinsamer Obertöne nachgewiesen werden. Fiel die Interferenz fort, so fiel damit auch der Klangwechsel fort.

Es werde gleich an dieser Stelle ein Einwand widerlegt, der vielleicht dem obigen noch gemacht werden könnte: Man könnte die Untersuchung vermissen, ob die Telephonklänge in Amplituden und Phasen ihrer Grund- und Obertöne auch genau den durch die Induktionsströme erzeugten Grund- und Oberschwingungen entsprechen. Jedoch würde eine etwaige Amplitudenänderung nicht in Betracht kommen, da sie für die vorliegende Frage überhaupt keine Bedeutung haben. Aber auch eine etwaige geringe Verspätung der Phasen der höheren Obertöne verliert dadurch ihre Bedeutung, daß in den entscheidenden Versuchen überhaupt keine Phasenunterschiede gehört wurden; anderenfalls aber konnten sie sehr wohl durch Obertoninterferenzen erklärt werden. Schließlich ist auch für die Obertöne bis zum fünften und sechsten durch die Versuche über Lagerung der Obertöne die Verspätungsfrage verneinend beantwortet worden.

Demnach läßt sich aus allen Einzelbeobachtungen mit Sicherheit das allgemeine Gesetz ableiten:

Verschiebt man zwei einfache Töne oder zwei Klänge, die ein beliebiges Intervall bilden, in der Phase gegeneinander, so hat dies auf die Klangfarbe des Intervalles keinen Einfluß. Ein Einfluß der Phasenverschiebung tritt nur dann auf, wenn in den Klängen gleichhohe Obertöne vorhanden sind, die miteinander interferieren können. Der einzige Fall, wo Phasenverschiebung direkt hörbar wird, ist demnach der Einklang.

Alle Versuche früherer Beobachter, die in der Phasenfrage mit dem Erfolg angestellt wurden, daß eine Klangfarbe-

änderung bei der Phasenverschiebung wahrgenommen ward, glaube ich deshalb in derselben Weise erklären zu müssen, wie meine gleichartigen Versuche. Die meinigen haben gegenüber jenen den Vorzug, zwar ebenfalls Klänge, nicht reine Töne, zu benutzen; jedoch Klänge von genau bekannter Zusammensetzung. Ich meine hier namentlich die schon im Anfange der Arbeit angeführten *Versuche Königs mit der Wellensirene*. Herr Dr. König hat selbst bei den einfachen Sinuskurven die Obertöne nachgewiesen. Daher kann sehr wohl die Phasenverschiebung eine Interferenz unbeobachtet gebliebener gleicher Obertöne hervorgerufen haben, sodaß dadurch die Klangveränderung entstand. Da ich keine Apparate zur Verfügung habe, diese Frage selbst eingehender zu prüfen, so kann ich auch nur die obige Erklärung als eine Vermutung aussprechen. Trifft sie zu, so behält einerseits die Königsche Wellensirene ihren Wert für derartige Untersuchungen, andererseits ist damit der große Gegensatz, in dem Königs Versuchsergebnisse zu denen anderer Forscher, namentlich zu denen v. Helmholtz und Hermanns' stehen, aufgehoben.

Wenn auf Grund der vorliegenden Untersuchungen die Phasenfrage nunmehr auch wohl als endgültig erledigt betrachtet werden dürfte, so habe ich doch dem, wie v. Helmholtz ihn nennt, scheinbaren Ausnahmefalle, nämlich der bestimmten Stimmgabeloktave, noch eingehende Untersuchungen gewidmet. Diese bilden den zweiten Abschnitt der Dissertation und werden in einem etwas späteren Aufsatz mitgeteilt werden.

Vorstehende Untersuchungen wurden in dem unter Leitung des Hrn. Professor P. Lenard stehenden physikalischen Institut der Universität Kiel ausgeführt.

(Eingegangen 30. Oktober 1902.)

3. *Die Unipolarmaschine ohne Eisen; von O. Grotrian.*

Die Ersetzbarkeit eines Magneten durch eine Stromspule ist für fast alle Erscheinungen des Magnetismus, Elektromagnetismus und der Induktion nachgewiesen. Über die Frage, ob diese Ersetzbarkeit auch bei der Unipolarmaschine vorhanden ist, wurde eine tiefer gehende Untersuchung meines Wissens noch nicht durchgeführt. Es soll jedoch nicht verkannt werden, daß die Erscheinungen, welche manche der bisher konstruierten Rotationsapparate darbieten, die genannte Frage mehr oder weniger nahe berühren. Dieses gilt namentlich für die Apparate von Zöllner¹⁾, Forssman²⁾ und Jamin³⁾, von denen diejenigen der erstgenannten als Stromerzeuger funktionieren, während im Jaminschen Apparate durch zugeführten Strom ein Drahtbügel unter Wirkung einer Stromspule in Rotation versetzt wird.

In den folgenden Mitteilungen werde ich zwei auf meine Veranlassung konstruierte Unipolarmaschinen ohne Eisen beschreiben. Die eine rotiert bei zugeführtem Strome durch rein elektrodynamische Kräfte als Motor. Die zweite arbeitet, wenn man sie in Umdrehung versetzt, als Stromerzeuger. Der induzierte Strom entsteht dabei durch reine Voltainduktion. Da das induzierende Feld hier durch eine Stromspule erzeugt wird, so ist es möglich, die Kraftlinienzahl teils rechnerisch, teils experimentell für gewisse Stellen des Stromkreises zu ermitteln. Eine Vergleichung der erhaltenen Zahlen mit denjenigen für die gemessenen elektromotorischen Kräfte führt zu Ergebnissen, welche, wie ich glaube, für das Verständnis der sich in Unipolarmaschinen abspielenden Vorgänge nicht ohne Wert sind.

1) F. Zöllner, Pogg. Ann. **160**. p. 604. 1877.

2) L. A. Forssmann, Öfversigt af K. Wet. Akademiens Förhandlingar för 1877. Nr. 4. p. 15.

3) J. Jamin, Cours de physique **3**. p. 238. 1869.

Der Unipolarmotor. Die Konstruktion des Unipolar motors ist aus Fig. 1 zu ersehen. Der Messingzylinder AB (Länge = 33 cm, Durchmesser = 0,5 cm) trägt in der Mitte eine zylindrische mit ihm metallisch verbundene Messingscheibe C . Auf jeder der ebenen Flächen von C ist eine kreisförmige Hartgummischeibe HH aufgeschraubt, sodaß ein Rahmen entsteht, welcher die flache Spule SS enthält. Das eine Ende der Bewickelung derselben ist mit C , das andere mit der Preß-

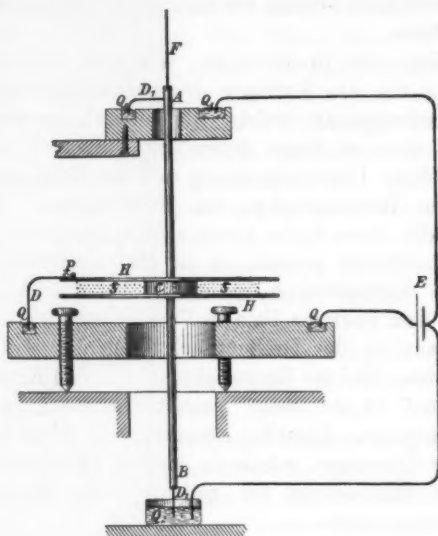


Fig. 1.

schraube P leitend verbunden. Die Spule enthält 80 Windungen, welche derart geführt sind, daß ein an der Drahtleitung von C nach P übergeführter Punkt sich von oben her betrachtet im Sinne des Uhrzeigers bewegt. Mit der Schraube P steht in leitender Verbindung ein Drahtbügel D . Dieser taucht ein in die Quecksilberwanne QQ , welche in eine Holzplatte eingedreht ist. Das obere und das untere Ende des Zylinders AB steht gleichfalls mit einem Quecksilberkontakte in Verbindung, und zwar ist oben, wie die Figur zeigt, die kreisförmige Quecksilberwanne QQ_1 durch den Draht D_1 mit A , unten die Queck-

silberschale Q_2 durch den Draht D_2 mit B verbunden. Der ganze Apparat hängt an einem Fadenbündel F und ist somit leicht um die Vertikalachse drehbar.

Versuche. Verbindet man, wie die Figur andeutet, den einen Pol einer Stromquelle E mit der Quecksilberrinne Q , während vom anderen Pole je eine Leitung nach Q_1 und andererseits nach Q_2 führt, dann beginnt nach Stromschluß der Apparat dauernd um die Vertikalachse zu rotieren. Die zur Umdrehung nötige Stromstärke beträgt bei dem von mir benutzten Apparate etwa 20 Amp.

Der Sinn der Rotation ist, wie sich voraussehen läßt, unabhängig von der Richtung des zugeführten Stromes. Bei dem Versuchsapparate erfolgt die Umdrehung von oben her betrachtet stets im Sinne gegen den Uhrzeiger, und das ist in vollständiger Übereinstimmung mit der Rotation eines entsprechenden Unipolarmotors mit Stahlmagnet. Denn denkt man sich die flache Spule durch zwei magnetische Belegungen auf den Endflächen ersetzt, so ist die obere Belegung nord-, die untere südmagnetisch, wenn Q , also das äußere Spulende, mit dem positiven Pole in Verbindung steht. Der Strom fließt alsdann in der Drehungsachse von der Mitte nach den beiden Enden. Bei der Stromrichtung von den Enden A und B nach Mitte C ist die obere magnetische Belegung süd-, die untere nordpolar. Dieselbe Rotation, von oben her gesehen gegen den Uhrzeiger, würde in beiden Fällen ein Unipolarmotor mit Stahlmagnet bei gleicher Polarität und gleicher Stromrichtung zeigen.

Es liegt nahe, hier eine Frage aufzuwerfen, die sich durch einen großen Teil der Literatur über unipolare Induktion hindurchzieht, nämlich ob zwischen den starr miteinander verbundenen rotierenden Teilen Kräfte auftreten können, welche ganz oder zum Teil die Rotation verursachen. Wollte man im vorliegenden Falle solche Kräfte annehmen, so würde man in direkten Widerspruch mit der Ampèreschen Elementarformel der Elektrodynamik geraten, während dagegen die Grassmannsche Formel die Möglichkeit des Auftretens eines Drehmomentes durch gegenseitige Einwirkung der Stromteile in den starr verbundenen Leitern erkennen läßt. Auf diesbezügliche Rechnungen verzichte ich einstweilen. Denn der-



Verlag von
Johann Andr. Barth
in Leipzig.

Lehrbuch der Experimentalphysik

von
E. von Lommel,
Prof. an der Universität München.

8. u. 9. Aufl.

Durchgesehen von Prof. W. König.
ca. 300 Seiten. 8°, mit 483 Fig.,
Portrait und Spektraltafel.
1903.

Preis M. 6.40; geb. M. 7.90.

Elektrotechn. Zeitschrift: „Die Fortschritte der Physik werden ohne vollständige mathematische Entwicklungen dem heutigen Standpunkte unserer Kenntnisse entsprechend allgemein verständlich dargestellt. Es werden nur elementare mathematische Kenntnisse vorausgesetzt. Das Buch ist in seiner Art sehr sorgfältig und kann auch zum Selbststudium empfohlen werden.“

Zeitschrift f. d. Realchulwesen (Tübingen): „... wir müssen schon, was die Haltbarkeit betrifft, das vorliegende Lehrbuch den besten darzulegen an die Seite stellen. Aber auch in Bezug auf die klare und übersichtliche Darstellung — selbst der schwierigsten Punkte — entspricht es den strengsten Anforderungen.“

Lesezeichen

Verlag von
Johann Ambrosius Barth in Leipzig

Die Akkumulatoren

Ein wissenschaftliche
Darstellung ihrer Wirkungsweise,
Leistung und Behandlung

von

Dr. Karl Elbe,
Prof. an der Universität Göttingen.

3. Auflage.

48 Seiten mit 3 Figuren. 1901.

Preis M. 1.—

Chemiker-Zeitung: Die
recht klar geschriebene Schrift,
deren Verständnis zweckmäßig
gestülzte Beispiele wirksam zu
Hilfe kommen, kann auf der
Wärmste empfohlen werden.

Glassers Annalen: Die Ar-
beit verdient allgemeine An-
erkennung und Verbreitung.

Oesterreich. Literaturzeitung: Das kleine, populär ge-
schriebene, billige und dabei
doch recht vollständige Büchlein
findet seinen Platz vollkommen
aus, und auch Fachleute werden
darin manches finden, was in
den Lehrbüchern der
Physik vergeblich ge-
sucht wird.

artige Fragen können in erster Linie nur durch das Experiment entschieden werden.

Dagegen habe ich einige Versuche angestellt, welche geeignet erscheinen können, die genannte Frage zu beantworten.

Zu dem Zwecke wurde das drehbare System der Leitung, d. i. der Messingzylinder AB , mit der Spule S vollständig von den Quecksilberkontakten getrennt. Über und unter S standen die Polköpfe eines Elektromagneten, sodaß die Kraftlinien desselben die Windungsebenen senkrecht durchsetzten. Der Elektromagnet wurde nun durch den Strom einer Wechselstrommaschine kräftig erregt, sodaß das oszillierende Magnetfeld elektrische Schwingungen in der Spule und in dem damit leitend verbundenen Metallstabe AB erzeugen mußte.

Falls nun die Stromteile, die innerhalb des starren Systems verlaufen, ein Drehmoment erzeugen, dann muß dieses auch der Fall sein bei ungeschlossenen Strömen, wie sie durch das Wechselfeld induziert werden.

Die so angestellten Versuche haben ein negatives Resultat ergeben; denn die Tendenz zu einer Drehung war nicht zu konstatieren.

Das nämliche ergab sich, wenn man zur Felderregung pulsierenden Gleichstrom verwandte. Derselbe wurde bei Anwendung eines gewöhnlichen, sowie auch eines Wehneltunterbrechers erzeugt. Auch eine Vergrößerung der Kapazität der leitenden Teile, die man durch Anlegen von Metallstücken an das äußere Spulenende und an den Metallstab AB herbeiführte, hatte keinen nachweisbaren Bewegungsantrieb zur Folge.

Der Unipolargenerator. Die Stromerzeugung durch eine Unipolarmaschine mit reiner Voltainduktion läßt sich ebenfalls nachweisen. Die darauf bezüglichen Versuche sind an einer Maschine angestellt, deren Konstruktion aus Fig. 2, die den Grundriß darstellt, zu ersehen ist.

Die Messingachse bb von 1,48 cm Durchmesser läuft in Messinglagern LL , welche auf Hartgummiplatten befestigt sind. In der Mitte trägt die Achse eine aufgelötete Messingscheibe m von 5,47 cm Durchmesser. An diese grenzen links und rechts die Stromspulen s_1 und s_2 , welche auf Hartgummirahmen (kreuzschraffiert) aufgewunden sind. Das eine Ende a_1 der

Spule s_1 ist durch eine Schraube an einen Messingring r_1 angeklemt, welcher auf der linken Spulenflansche von s_1 befestigt ist. Die Wicklung ist in drei Lagen bis e_1 geführt, setzt sich von hier aber kontinuierlich, ohne daß der Wickeldraht abgeschnitten wäre, zur Spule s_2 in dem Stücke $e_1 a_2$ fort. Zur Aufnahme desselben dienen drei radiale Kerben, welche nebeneinander in die beiden mittleren Flanschen sowie in die Scheibe m eingeschnitten sind. Für besonders sichere Isolierung des übrigens gut umsponnenen Drahtes gegen die Scheibe m war Sorge getragen. Da die Scheibe m als Kontakttring zu funktionieren hat, ist der in m angebrachte Einschnitt von außen wieder durch ein Messingstück zugedeckt, sodaß die

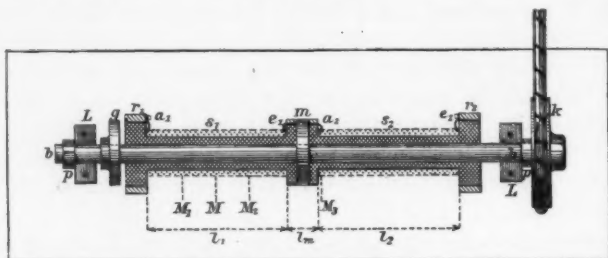


Fig. 2.

Außenfläche von m auch dort, wo der Draht $e_1 a_2$ hindurchgeht, vollständig zylindrisch bleibt. Die Wicklung setzt sich von a_2 aus, in demselben Sinne wie s_1 gewunden, als Spule s_2 fort bis zum Ende e_2 , welches wie a_1 an einen zweiten Kontakttring r_2 angeklemt ist. Beide Spulen sind soweit als möglich identisch hergestellt. Der Antrieb der Maschine erfolgt durch einen elektrischen Motor vermittelt einer Lederschnur und der messingenen Schnurscheibe k .

Bei der Herstellung der Maschine ist alles Eisen vermieden. Die Lager LL , Stellringe pp und die Schnurscheibe k sind aus käuflichem Messing hergestellt. Das Material der übrigen Teile ist ein Messing, welches zufolge analytischer Untersuchung nur Spuren von Eisen enthält.¹⁾

¹⁾ Bezogen von „Sächs. Kupfer- und Messingwerke F. A. Lange“, Kupferhammer-Grünthal (Erzgeb.).

Allgemeines über die Versuche. Den mit der Achse rotierenden Spulen s_1 und s_2 wurde durch Federn, welche auf den Ringen r_1 und r_2 schleifen, Strom zugeführt. Dieser, von mehreren Akkumulatoren erzeugt, wurde durch ein in Abzweigung liegendes Siemenssches Millivolt- und Ampèremeter gemessen. An die mittlere Scheibe m und die Scheibe g am Ende, oder an Stelle der letzteren an die Achse selbst, waren Schleiffedern angelegt, von denen eine Leitung zu einem empfindlichen Deprez-d'Arsonval-Galvanometer mit Spiegelablesung führte. In die Leitung war außerdem ein Rheostat und ein Kommutator eingeschaltet, welcher letzterer die Umkehr des Stromes im Galvanometer gestattete.

Das Galvanometer zeigt bei Felderregung und Rotation in der Tat einen induzierten Strom an, der in Beziehung zu den Kraftlinien dieselbe Richtung besitzt, wie der Strom der gewöhnlichen Magnetmaschine. Bei Rotation der Maschine im Sinne des die Spulen durchfließenden Stromes entsteht ein induzierter Strom, welcher in der Achse von g nach m fließt. Eine Umkehr der Rotation kehrt auch die Richtung des Stromes um.

Die Messungen und ihre Ergebnisse. Bei den Beobachtungen wurde das Ziel verfolgt, die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von dem absoluten Werte des Induktionsflusses, von der Stärke des Feld erregenden Stromes und der Umlaufszahl zu ermitteln. Da die elektromotorische Kraft den beiden zuletzt genannten Größen proportional sein muß, so war es eigentlich die Proportionalitätskonstante, um deren Bestimmung es sich handelte.

Der von den Spulen erzeugte Induktionsfluß muß hiernach bekannt sein. Es wurden deshalb die Umfänge der Spulen bei ihrer Herstellung sorgfältig durch umgelegte Papierstreifen von der Form, wie sie Himstedt¹⁾ angibt, gemessen und die Windungen gezählt. Für die Umfänge u , bezogen auf die Mitte des Kupferdrahtes, sowie für die Windungszahlen n fand man folgende Werte:

1) F. Himstedt, Wied. Ann. 26. p. 555. 1885.

	Spule s_1		Spule s_2	
	u	n	u	n
1. Windungslage	9,56 cm	43	9,66 cm	42
2. "	11,21	42	11,30	42
3. "	12,77	41	12,85	41

Unter rechnerischer Berücksichtigung

der Länge der Spule s_1 = 12,02 cm

der Dicke des Drahtes einschließlich Isolation = 0,29 cm

findet sich, daß durch den in der Mitte befindlichen Querschnitt M der Spule s_1 ein von ihr selbst beim Strome 1 (C.G.S.) erzeugter Induktionsfluß von 1293 Kraftlinien hindurchgeht. Derselbe wird in Wirklichkeit noch etwas erhöht durch die von s_2 erzeugten Kraftlinien. Berücksichtigt man, daß die Längen (vgl. Fig. 2)

$$l_1 = 12,02 \text{ cm}$$

$$l_2 = 12,00 \text{ „}$$

$$l_m = 2,60 \text{ „}$$

sind, so berechnet sich der von s_2 beim Strome 1 (C.G.S.) erzeugte, eine äußere Windung von s_1 bei M durchsetzende Induktionsfluß gleich 52 Kraftlinien. Dieser Wert ist berechnet in der nicht zutreffenden Annahme, daß das von s_2 bei M erzeugte Feld ein homogenes sei. Die Zahl 52 ist also zu groß. Statt ihrer mag daher in Ermangelung eines sicheren Anhaltspunktes für die Berechnung das Mittel = 26 genommen werden. Der von beiden Spulen beim Strome 1 (C.G.S.) erzeugte, die Mitte von s_1 durchsetzende Induktionsfluß berechnet sich demnach zu

$$\Phi_0 = 1293 + 26 = 1319.$$

Die Bestimmung der elektromotorischen Kraft der Maschine erfolgt auf Grund des Ohmschen Gesetzes. Der Widerstand des induzierten Kreises muß daher bekannt sein. Derselbe setzt sich aus den Widerständen der Maschine, der Zuleitungen sowie des Galvanometers von zusammen 4,4 Ohm und dem jeweiligen Rheostatenwiderstande zusammen. Zu der Messung des induzierten Stromes sei bemerkt, daß bei den Ablesungen des Spiegelgalvanometers einem Skalenteil ein Strom von 0,00001572 Milliamp. entspricht. Die Eichung des Galvanometers erfolgte dadurch, daß dasselbe mit hohem Vorschalt-

widerstande versehen mit dem Milliampèremeter unter Stromzuführung in Parallelschaltung gelegt wurde.

Bei den Messungen des induzierten Stromes wurde derartig verfahren, daß bei jeder Beobachtungsreihe die Rotationsrichtung der Maschine sowie auch die Richtung des Feld erregenden Stromes umgekehrt wurde. Außerdem wurden die Enden des Spiegelgalvanometers gegen die übrige Leitung kommutiert, sodaß tatsächlich der jeweilige Wert der Stromstärke als Mittelwert aus 8 Beobachtungen abgeleitet wird. Das Umkehren der Drehrichtung und des Erregerstromes war durchaus erforderlich, um die durch Thermowirkung und Reibung hervorgerufenen elektromotorischen Kräfte zu eliminieren. Erregerstrom sowie Umlaufszahl wurden bei jeder Beobachtungsreihe mehrmals gemessen, letztere an der Maschine selbst mittels eines Tachometers, welches behufs Korrektur der Ablesungen später mit einem gewöhnlichen Tourenzähler verglichen wurde.

In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse der Beobachtungen zusammengestellt.

Tabelle I.

Nr.	J in Amp.	v (Min.)	r	i in Milliamp.	E in Millivolt	E_r in Millivolt	$\frac{E}{E_r}$	Schleif- kontakt am Ende
1	9,22	1880	200	0,000 873	0,1785	0,2827	0,631	auf der Achse
2	4,15	892	100	0,000 377	0,0393	0,0604	0,651	
3	13,59	888	70	0,001 659	0,1283	0,1969	0,627	
4	4,15	939	70	0,000 395	0,0294	0,0635	0,462	auf Scheibe g
5	4,19	947	70	0,000 399	0,0297	0,0647	0,459	
6	9,00	947	70	0,000 890	0,0662	0,1390	0,476	
7	9,03	1252	70	0,001 090	0,0811	0,1844	0,440	
8	4,08	1468	70	0,000 591	0,0440	0,0976	0,451	

Die zweite Kolumne der Tabelle gibt unter J die Werte des Erregerstromes an, unter v sind die Umlaufszahlen in der Minute, unter r die eingeschalteten Rheostatenwiderstände enthalten. Da der übrige Widerstand der Leitung gleich 4,4 Ohm gefunden wurde (vgl. p. 276), so berechnet sich aus den Beobachtungen die elektromotorische Kraft $E = i(r + 4,4)$ (vgl.

Kol. 6), wenn i (Kol. 5) die Stärke des induzierten Stromes bedeutet. Die Bemerkungen in der letzten Kolumne besagen, daß bei den drei ersten Beobachtungsreihen die Feder am Ende auf der Achse selbst auflag, während bei den übrigen der Schleifkontakt auf der Scheibe g (vgl. Fig. 2) stattfand.

Die für E gefundenen Zahlen sind mit denjenigen, welche aus dem magnetischen Felde berechnet werden können, zunächst nicht in Übereinstimmung. Bei der gewöhnlichen Unipolarmaschine ist die elektromotorische Kraft dargestellt durch

$$E = 4\pi\mu \cdot v,$$

wenn μ den freien in den Polen konzentriert gedachten freien Magnetismus, v , die Umlaufszahl in der Sekunde bezeichnet.

Da $4\pi\mu$ die gesamte von Pol zu Pol ziehende Kraftlinienanzahl darstellt, so wäre dafür hier der ganze Induktionsfluß einzusetzen, welcher zwischen den in der Mitte einander zugekehrten Spulenden übergeht. Die direkte Berechnung desselben scheint mir wegen des gegen die Länge und den Durchmesser der Spulen nicht ganz zu vernachlässigenden Abstandes der Spulen voneinander gleich 2,60 cm weniger sicher zu sein als die Berechnung von Φ_0 (vgl. p. 276). Nun ist durch die weiter unten beschriebenen Messungen des ballistischen Ausschlages das Verhältnis Φ/Φ_0 bekannt, in welchem Φ den Induktionsfluß an dem der Mitte zugekehrten Ende der Spule s_2 bezeichnet. Hiernach ist

$$\Phi = 0,742 \cdot \Phi_0 = 0,742 \cdot 1319 = 978 \text{ Kraftlinien.}$$

Berechnet man nun die elektromotorische Kraft den einzelnen Beobachtungen der Tab. I entsprechend nach der Formel

$$E_r \text{ (Millivolt)} = 10^{-6} \cdot 978 \cdot J \cdot v,$$

in der J in Ampère ausgedrückt ist, dann erhält man die Zahlen, welche in der Tabelle unter E_r angeführt sind.

Wie man sieht, weichen dieselben von den aus den Beobachtungen abgeleiteten Werten E erheblich ab. Die Größe der Abweichung ist deutlich aus der vorletzten Kolumne zu ersehen, in welcher das Verhältnis E/E_r angeführt ist. Die beobachteten Werte betragen, wie die Tabelle zeigt, etwa $\frac{2}{3}$ der berechneten, wenn die Feder am Ende auf der Achse

schleift, dagegen wird das Verhältnis ungefähr gleich $\frac{1}{2}$, wenn der Schleifkontakt am Umfange der Scheibe g liegt.¹⁾

Um den Grund, auf welchen diese Abweichungen zurückzuführen sind, zu erforschen, wurden Beobachtungen angestellt, die gestatteten, das Verhältnis der Kraftlinienzahlen für verschiedene Querschnitte der Maschine zu ermitteln.

Relativ gemessen wurde (vgl. Fig. 2)

der Induktionsfluß in der Mitte M = Φ_0 ,
 beiderseits von der Mitte in M_1 und M_2 = Φ_1, Φ_2 ,
 in M_3 unmittelbar an der Flansche = Φ ,
 auf dem mittleren Kontaktringe m = Φ_m ,
 am zweiten Schleifkontakte auf der Achse selbst = Φ_a ,
 sowie auch auf dem Schleifringe g = Φ_g .

Die Beobachtungen wurden nach dem ballistischen Verfahren angestellt. Als Galvanometer diente das vorhin bereits genannte Instrument nach Deprez-d'Arsonval, nachdem das Trägheitsmoment desselben mittels zweier kleiner zu dem Instrumente gehöriger Kugeln in geeigneter Weise vergrößert worden war.

Um die Querschnitte, für welche der sie durchsetzende Induktionsfluß gemessen werden sollte, wurden isolierte, 0,25 mm dicke Drähte in mehreren Windungen herumgelegt. Die Windungsenden wurden auf etwa 1 m eng zusammengedreht. Die Drähte, von denen ein kleiner Teil als Schleife die Maschine umfaßte, waren für die einzelnen Schleifen in gleichen Längen abgeschnitten, sodaß der Widerstand des Galvanometerkreises für die zu vergleichenden Stellen der nämliche war.

In jeder Beobachtungsreihe kamen je zwei Stellen miteinander zur Vergleichung. Dabei wurden die entsprechenden Schleifen durch einen Umschalter zweimal alternierend in den Galvanometerkreis eingeschaltet. Die ballistischen Ausschläge erzeugte man durch Umkehren des Feld erregenden Stromes, welch letzterer, wie früher beschrieben (vgl. p. 275) gemessen wurde. Jede Beobachtungsreihe enthält für jede Schleife vier

1) Anfänglich wurde von mir bei der Berechnung von E_r der Induktionsfluß Φ_0 benutzt, wodurch natürlich die Abweichungen noch größer werden. Die Benutzung von Φ_0 ist indessen wegen der Streuung zwischen den Windungen hindurch, über welche die im folgenden zu besprechenden Versuche Aufschluß geben, nicht zulässig.

Ablesungen des ballistischen Ausschlages. Die Schwankungen des Erregerstromes wurden in der späteren Rechnung durch Mittelnehmen eliminiert. Im folgenden sind die erhaltenen Verhältnisse der Kraftlinienzahlen zusammengestellt. Jede Zahl ist Mittel aus zwei Beobachtungsreihen, sodaß jeder acht Ablesungen des Ausschlages für je eine Schleife zu Grunde liegen.

$$\begin{aligned}\frac{\Phi_a}{\Phi} &= 0,0187, & \frac{\Phi_s}{\Phi} &= 1,29, \\ \frac{\Phi_1}{\Phi} &= 1,32, & \frac{\Phi_m}{\Phi} &= 0,699, \\ \frac{\Phi_o}{\Phi} &= 1,35, & \frac{\Phi_g}{\Phi} &= 0,180.\end{aligned}$$

Die Zahlen sind auf den Induktionsfluß Φ in M_3 bezogen. Eigentlich hätte Φ als von Spule zu Spule übertretender Induktionsfluß in der Mitte zwischen beiden Spulen gemessen werden sollen. Dieses wäre indessen mit genügender Genauigkeit kaum möglich gewesen, da die in der Mitte von Spule zu Spule übertretenden Kraftlinien sich über den Umfang von g hinaus ausbreiten. Diese Tatsache ergab sich aufs deutlichste aus dem Kraftlinienbilde, welches man mittels Eisenpulvers erhielt.

Die oben mitgeteilten Zahlen lassen erkennen, daß in M ein Maximum des Induktionsflusses von der Spule s_1 umschlossen wird; denn die beiderseits für Φ_1 und Φ_s erhaltenen Zahlen sind kleiner als diejenige für Φ_o . Es findet demnach zwischen der Mitte und den Enden ein Durchtreten der Kraftlinien zwischen den Windungen in den Außenraum, eine sogenannte Streuung, statt. Es ist das eine Schlußfolgerung, welche auch durch das Kraftlinienbild vollkommen bestätigt wird.

Von diesen gestreuten Kraftlinien geht ein Teil für die Induktion verloren. Zu diesem Teile gehören diejenigen Kraftlinien, welche die Leitung überhaupt nicht schneiden, wie etwa K (vgl. Fig. 3a). Zu diesen können auch solche kommen, welche die Leitung derartig durchsetzen, daß sich die Induktionswirkungen für die geschnittenen Leiterteile aufheben.

Die für die Induktion in Frage kommenden Kraftlinien ergeben sich durch folgende Überlegung.

Es werde zunächst angenommen, daß die Induktion in der feststehenden Leitung durch die rotierenden Kraftlinien erfolge. Außerdem werde vorausgesetzt, wie das bei den Ver-

suchen der Fall war, daß der die mittlere Scheibe m durchsetzende Induktionsfluß Φ_m größer sei als Φ_g .

Die durch die Scheibe g nebst Achse hindurchtretenden Kraftlinien schneiden bei einer Umdrehung die feste Leitung entweder gar nicht, wie z. B. K_1 (vgl. Fig. 3a), oder eine gerade Anzahl von Malen, wie K_2, K_3 , sodaß die gesamte durch den

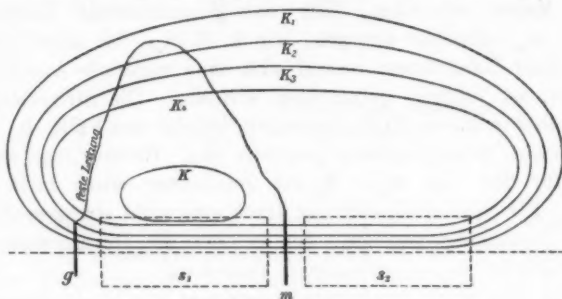


Fig. 3a.

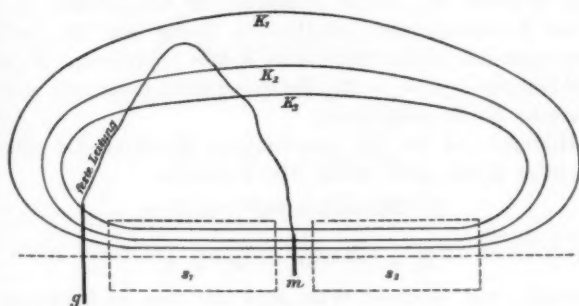


Fig. 3b.

Induktionsfluß Φ_g induzierte elektromotorische Kraft gleich Null ist. Von den Φ_m Kraftlinien, welche die mittlere Scheibe durchsetzen, geht der Teil Φ_g durch die Scheibe g , kommt folglich für die Induktion nicht in Betracht. Der übrige Teil von Φ_m schneidet dagegen, wie z. B. K_4 , die feste Leitung bei einer Umdrehung einmal oder eine ungerade Anzahl von Malen. Die tatsächlich induzierende Kraftlinienanzahl beim Erregerstrom Eins ist somit durch $\Phi_m - \Phi_g$ dargestellt.

Der ebenfalls denkbare Fall, daß $\Phi_m < \Phi_g$ ist, läßt sich bei genügend kleinem Durchmesser der Mittelscheibe verwirklichen. Die Φ_m Kraftlinien, welche durch diese hindurchgehen, durchsetzen auch die Endscheibe, kommen folglich für die Induktion nicht in Betracht, da sie die feste Leitung, wie etwa K_1 und K_2 (vgl. Fig. 3b) gar nicht, oder eine gerade Anzahl von Malen schneiden. Der aus g austretende Überschuß $\Phi_g - \Phi_m$ schneidet dagegen, wie z. B. K_3 , die feste Leitung bei einer Umdrehung einmal oder eine ungerade Anzahl von Malen, ist folglich induzierend wirksam. Die Stromrichtung muß aber in diesem Falle derjenigen, welche dem Falle $\Phi_m > \Phi_g$ entspricht, entgegengesetzt gerichtet sein. Hieraus folgt weiter, daß für den Fall $\Phi_m = \Phi_g$ ein induzierter Strom nicht entsteht. Ein Spezialfall dafür ist durch eine nicht streng realisierbare Anordnung gegeben, bei welcher die Durchmesser der Kontaktscheiben verschwindend klein sind.

Zu dem nämlichen Ergebnisse gelangt man bei der Annahme feststehender Kraftlinien, die auf die rotierenden Teile wirken. Durch m gehen Φ_m , durch g dagegen Φ_g Kraftlinien, die wie in zwei Faradayschen Scheiben in Bezug auf die Leitung entgegengesetzte elektromotorische Kräfte induzieren. Folglich ist die Differenz $\pm (\Phi_m - \Phi_g)$ für die wirklich induzierte elektromotorische Kraft maßgebend.

Hiernach ist für die beschriebene Maschine die elektromotorische Kraft nicht durch den Ausdruck

$$E_r \text{ (Millivolt)} = 10^{-6} \cdot \Phi \cdot J \cdot v,$$

sondern durch

$$E_r = 10^{-6} (\Phi_m - \Phi_g) \cdot J \cdot v,$$

dargestellt, und letzterer Wert muß mit dem beobachteten E der Tab. I übereinstimmen. Setzt man demnach (v auf die Minute bezogen)

$$E = \frac{(\Phi_m - \Phi_g) \cdot J \cdot v}{60 \cdot 10^6},$$

somit

$$\Phi_m - \Phi_g = 60 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{J \cdot v},$$

so ersieht man ohne weiteres, daß man aus den in Tab. I zusammengestellten Beobachtungswerten, wie sie durch Strom- und Geschwindigkeitsmessungen erhalten sind, den wirksamen Induktionsfluß beim Strome Eins (C.G.S.) berechnen kann.

Die Durchführung dieser Rechnung führt zu folgenden Ergebnissen für die Beobachtungen Nr. 1—8 der Tabelle I.

Nr.	$\Phi_m - \Phi_a$	
1	618	} Endfeder auf Achse Mittel = 623.
2	637	
3	613	
	$\Phi_m - \Phi_g$	
4	452	} Endfeder auf Scheibe <i>g</i> Mittel = 448.
5	449	
6	466	
7	430	
8	441	

Unabhängig von dieser Berechnung läßt sich nun andererseits der wirksame Induktionsfluß beim Strome 1 bestimmen aus den Umfängen und Windungszahlen der Spulen (vgl. p. 276) und den relativ gemessenen Kraftlinienzahlen. Nach p. 280 ist

$$\Phi_m = 0,699 \cdot \Phi,$$

$$\Phi_a = 0,0187 \cdot \Phi,$$

$$\Phi_g = 0,180 \cdot \Phi,$$

folglich

$$\Phi_m - \Phi_a = 0,680 \cdot \Phi,$$

$$\Phi_m - \Phi_g = 0,519 \cdot \Phi.$$

Beim Einsetzen von $\Phi = 978$ (vgl. p. 278) erhält man

$$\Phi_m - \Phi_a = 665,$$

$$\Phi_m - \Phi_g = 507.$$

Aus den beobachteten elektromotorischen Kräften wurden (vgl. oben) für den wirksamen Induktionsfluß die Mittelwerte

$$\Phi_m - \Phi_a = 623,$$

$$\Phi_m - \Phi_g = 448$$

abgeleitet. Diese sind allerdings um Beträge von 6—12 Proz. kleiner als die aus den Spulenwerten berechneten, aber ich

glaube nicht, daß durch die vorhandenen Abweichungen die Richtigkeit der Gleichung

$$E = \frac{\Phi_w \cdot J \cdot v}{60 \cdot 10^6} \quad \left(\Phi_w = \begin{cases} \Phi_m - \Phi_a \\ \Phi_m - \Phi_g \end{cases} \right)$$

in Frage gestellt wird. Denn die Abweichungen lassen sich zunächst zum Teil durch gewöhnliche Beobachtungsfehler erklären. Wie mir scheint, liegt aber ein Hauptgrund in einer Unsicherheit, mit welcher der Wert von Φ_0 für die Mitte behaftet ist. Wie früher ausgeführt wurde, findet zwischen den Spulenwindungen selbst ein Austreten der Kraftlinien statt, welche sich im äußeren Raume rückläufig schließen. Es muß daraus aber gefolgert werden, daß in der Nähe der Spulenmitte die innerste Windungsschicht, für sich betrachtet, Kraftlinien erzeugt, welche zu einem, wenn auch kleinem Teile sich rückläufig durch den Zylinderring hinziehen, der von der mittleren und äußeren Windungslage eingenommen wird. Das Gleiche gilt von den Kraftlinien, welche von der mittleren Windungsschicht erzeugt werden, indem von diesen ein kleiner Teil rückläufig durch die äußere Windungslage hindurchgeht. Auf diese innerhalb des Wickelraumes der Spule sich rückwärts schließenden Kraftlinien ist bei der Berechnung von Φ_0 keine Rücksicht genommen. Durch dieselben muß aber der Wert von Φ_0 tatsächlich verkleinert werden. Das führt naturgemäß zu kleineren Werten von $\Phi_m - \Phi_a$ bez. $\Phi_m - \Phi_g$, wodurch die für diese Größen auf ganz verschiedenen Wegen gefundenen Werte einander genähert werden müssen.

Für die recht wahrscheinliche Annahme, daß Φ_0 zu groß in die Rechnung eingeführt ist, spricht außerdem der Umstand, daß eine bessere Übereinstimmung der auf beiden Wegen erhaltenen Werte entsteht, wenn man das von Φ_0 unabhängige Verhältnis

$$\frac{\Phi_m - \Phi_a}{\Phi_m - \Phi_g}$$

aus den gemessenen elektromotorischen Kräften und aus den ballistischen Versuchen berechnet. Man findet nämlich dafür:

$$\text{Aus den elektromotorischen Kräften} \quad \frac{623}{448} = 1,39$$

$$\text{Aus den ballistischen Ausschlägen} \quad \frac{665}{507} = 1,31$$

Für die Unipolarmaschine mit Stahlmagnet gilt zur Berechnung der elektromotorischen Kraft die Formel

$$E = 4 \pi \mu \cdot v_s = \frac{4 \pi \mu \cdot v}{60 \cdot 10^5} \text{ (Millivolt)}$$

als richtig. Die von mir benutzte Formel

$$E = \frac{\Phi_m \cdot J \cdot v}{60 \cdot 10^5}$$

halte ich für die allgemeinere. In dieser tritt der wirksame Induktionsfluß $\Phi_m \cdot J/10$, d. i. die Differenz der Kraftlinienzahlen für den in der Mitte und den am Ende befindlichen Schleifring, an die Stelle der gesamten Kraftlinienzahl $4 \pi \mu$. Wenn die bei Magnetmaschinen gemessenen elektromotorischen Kräfte mit der ersten Formel im ganzen in Übereinstimmung sind, so erklärt sich das durch den Umstand, daß bei Magnetmaschinen der gewöhnlichen Konstruktion nur ein kleiner Teil der Kraftlinien durch den am Ende befindlichen Kontaktzylinder hindurchgeht. Es hängt das offenbar mit der Art der Ausbreitung der Kraftlinien zusammen, die bei einem Magnete in relativ größerer Zahl als bei einer Spule durch die Seitenflächen austreten.

Die Fälle $\Phi_m \leq \Phi_g$ sind auch hier denkbar. Zur Herstellung einer ihnen entsprechenden Maschine müßte der Magnet in der Mitte mit einer tiefen Eindrehung versehen werden, auf deren Boden die mittlere Schleiffeder aufzuliegen käme, oder man müßte zwei gleich starke Magnete miteinander zugekehrten entgegengesetzten Polen unter Belassung eines kleinen Zwischenraumes auf einer Achse von geringem Durchmesser befestigen. Zwischen den Polflächen wäre die mittlere Kontaktfeder auf der Achse aufzulegen. Die Scheibe für den Endkontakt wäre groß zu nehmen und der einen Polfläche möglichst nahe anzubringen.

Für den Grenzfall, daß die beiden Schleifkontakte in der geometrischen Achse liegen, also $\Phi_m = \Phi_g = 0$ ist, wird meistens angenommen, daß hier $E = 4 \pi \mu v_s$ sei. Nach meinen Darlegungen muß dagegen in diesem Falle $E = 0$ sein. In der Tat scheint mir der Weg, durch welchen man zu dem Werte $E = 4 \pi \mu v_s$ gelangt, nicht der richtige zu sein. Denn bei den betreffenden Schlußfolgerungen werden nur diejenigen Induktions-

linien ins Auge gefaßt, welche außerhalb des Magnetes in positivem Sinne vom *N*- zum *S*-Pole übertreten. Dagegen pflegt man dem Umstande, daß die Induktionslinien als geschlossene Kurven im Inneren des Magneten mit positivem Sinne von *S* nach *N* verlaufen, keine Rechnung zu tragen. Die räumliche Verteilung der innerhalb des Magneten vorhandenen Induktion \mathfrak{B} läßt sich zudem nicht, auch nicht genähert, auf zwei in den Polen konzentriert gedachte Mengen freien Magnetismus zurückführen.

Zum Schlusse habe ich noch in Erfüllung einer mir angenehmen Pflicht den Herren Bauwens, Maffia und Sturm meinen Dank auszusprechen. Die genannten Herren haben mich bei den Beobachtungen in wirksamer Weise unterstützt.

Aachen, Oktober 1902.

(Eingegangen 21. Oktober 1902.)

4. *Über ein störungsfreies Torsionsmagnetometer; von F. Kohlrausch und L. Holborn.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die Erdleitungen der elektrischen Straßenbahn haben die Physik des Magnetometers beraubt und mit ihm eines Systems der Messung, welches sich seit Gauß und Weber zu einer Feinheit und Vielseitigkeit entwickelt hatte, für die ein anderes Beispiel nicht zu finden ist.

Welche Bedeutung dem Magnetometer beigelegt wurde, zeigen die großen Mittel, die, nicht nur in den erdmagnetischen Observatorien, sondern bei allen Neubauten physikalischer Laboratorien, auf die Erzielung eines homogenen magnetischen Erdfeldes verwendet worden sind. Die gegenwärtige Lage macht diese Anordnungen so gut wie wertlos. Man kann freilich sicher voraussagen, daß dieser bedauernswerte Zustand, insofern er auf der Mitbenutzung des Erdkörpers zur Leitung beruht, wenigstens in seinem jetzigen Umfange nicht dauernd wird aufrecht erhalten werden können. Zunächst aber muß mit dem Zustande gerechnet werden.

Inzwischen ist freilich für zahlreiche Aufgaben die Magnetnadel im Erdfelde durch Drahtspulen- und Panzerschutzgalvanometer, magnetische und elektrodynamische Wagen, Normal-element und Kompensationsapparat ersetzbar gemacht worden. Auf einem Gebiete aber versagen diese Hilfsmittel grundsätzlich, nämlich auf dem Gebiete der Fernwirkungen. Denn hier werden Magnetnadeln verlangt, deren Panzerschutz ihren Zweck von selbst vereiteln würde.

Straßenbahnstörungen durch ein Hilfsmagnetometer zu eliminieren, läßt sich nicht durchführen. Jene verlaufen so rasch, daß zwei Magnetometer nach Schwingungsdauer und Dämpfung ein hohes Maß von Kongruenz haben müssen, um zu jeder Zeit dieselbe Ablenkung zu erfahren. Selbst aber

diese Bedingung als erfüllt vorausgesetzt, so würde nicht einmal der bei den Ablesungen geforderte genaue Synchronismus erreichbar sein.

Die von Hrn. du Bois¹⁾ vorgeschlagene Anordnung mit vertikaler Lage des ablenkenden Magnetes, der auf die eine Nadel eines astatischen Systems wirkt, während die andere, in mittlerer Höhe des Magnetes hängend, keine Einwirkung erleidet, ist sinnreich erdacht, wird aber nur auf besondere Zwecke angewandt werden können. Dasselbe wird von den Modifikationen gelten, die von Hrn. C. L. Weber²⁾, wohl ebenfalls nur vorschlagsweise, angeregt worden sind.

In diesen Annalen³⁾ ergänzt Hr. du Bois soeben im Abdruck seiner früheren Mitteilung die damaligen Vorschläge, indem er darauf aufmerksam macht, daß man die Punkte benutzen könne, in denen die von einem horizontalen ablenkenden Magnet ausgeübte Horizontalkomponente verschwindet. Diese Bemerkung bildet (vgl. § 4) eine Annäherung an den unserem Magnetometer zu Grunde liegenden Gedanken.

Dem Bedürfnis nach einem Magnetometer, an welchem Fernwirkungen in gebräuchlicher Art gemessen werden können, wird durch das zu beschreibende Instrument im wesentlichen abgeholfen. Vorausgesetzt wird, daß die Störungen innerhalb einer Höhe von etwa $1\frac{1}{2}$ m gleichförmig verlaufen. Die Formel, nach welcher zu rechnen ist, unterscheidet sich von der des gewöhnlichen Magnetometers nur durch eine kleine Änderung. Die Brauchbarkeit wird durch die Beobachtungen des § 9 bestätigt und in $\frac{3}{4}$ jähriger Anwendung ist auch die Haltbarkeit erprobt worden.

Da, wie sich gezeigt hat, das Instrument den Schwankungen des Feldes merklich vollständig entzogen werden kann, so wird es auch da vorteilhaft anwendbar sein, wo schon die gewöhnlichen erdmagnetischen Schwankungen lästig fallen. Als Nachteil haftet ihm aber dem Erdmagnetometer gegenüber ein größerer Aufwand bei seiner Herstellung und die umständlichere Aufhängung an.

1) H. du Bois, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 15. p. 102. 1896.

2) C. L. Weber, Elektrotechn. Zeitschr. 17. p. 738. 1896.

3) H. du Bois, Ann. d. Phys. 2. p. 941. 1902.

Wie unser Magnetometer vom Studium des Erdmagnetismus selbstverständlich ausgeschlossen ist, so muß entsprechend sein Gebrauch bei absoluten Messungen auf andere Mittel gegründet werden als auf die bisherigen Methoden, die sich an den Erdmagnetismus anlehnen. Deswegen sollen im folgenden für das Verfahren, welches hier einzuschlagen ist, die Vorschriften systematisch angegeben werden.

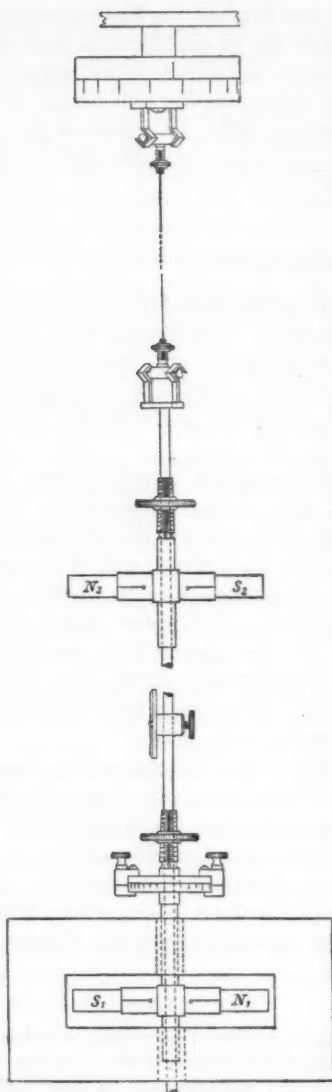
1. Das Magnetometer.

Ein vom Erdfelde unabhängiges Magnetometer muß aus einem astatischen System bestehen. Die Nadeln sind außerdem so zu verteilen, daß Fernwirkungen aus den Abständen, welche für die magnetometrischen Aufgaben aus anderen Gründen vorgeschrieben sind, wesentlich auf eine der Nadeln beschränkt werden können.

Wegen eines besonderen Umstandes genügt hierzu, wie später gezeigt werden wird, eine mäßige gegenseitige Entfernung der Nadeln. Dies ist nicht nur für die Handlichkeit des Instrumentes wichtig, sondern auch dafür, daß die magnetischen und die Temperaturverhältnisse an den Orten der Nadeln ausreichend gleich bleiben. Und zwar gelten diese günstigen Umstände gerade für das gewöhnliche astatische Paar zweier untereinander angeordneter, durch eine steife Verbindung gekoppelter Nadeln. Prinzipiell neue Konstruktionen verlangte das Magnetometer also nicht.

Als Erläuterung zu der Fig. 1 wird das folgende genügen, wobei wir uns an die Abmessungen und Einrichtungen des Magnetometers halten, welches zu Anfang des Jahres 1902 in der Werkstatt der Reichsanstalt fertiggestellt worden ist.¹⁾ Läßt man die, für die ersten Versuche hier gestellte Anforderung fallen, daß die Nadeln in ihrer gegenseitigen Höhe verschoben werden können, so vereinfacht sich die Konstruktion in wesentlichen Punkten.

1) Für die meisten Zwecke werden kleinere Dimensionen ausreichen. Es wird beabsichtigt, ein Magnetometer herzustellen, welches tragbar ist, und bei dem im Gegensatze zu dem hier beschriebenen die *obere* Nadel als Hauptnadel dient.

Fig. 1. $\frac{1}{2}$ nat. Größe.

Die beiden Nadeln, zylindrische, 60 mm lange und 7 mm dicke Magnete, sind an einem langen geraden, 3 mm starken Messingdraht verschiebbar befestigt. Sie sind zu diesem Zweck durchbohrt und stecken außerdem in dünnen Messinghülsen mit vertikalen Führungen, die mittels konischer Schraubengewinde in beliebigem Azimut an jeder Stelle der Verbindungsstange festgeklemmt werden können. Mit der Hülse des unteren Magnetes ist ein Teilkreis von 25 mm Durchmesser verbunden, der sich gegen einen parallelen Alhidadenkreis drehen läßt. Nachdem letzterer ebenso wie der obere Magnet auf der langen Messingstange festgeklemmt ist, kann man durch Drehen des Teilkreises die Magnete im Azimut gegeneinander verstellen. Der Betrag dieser Drehung läßt sich bis auf etwa $\frac{1}{2}^{\circ}$ an dem in 40 Teile geteilten Kreise ablesen.

Die Verbindungsstange trägt dicht über dem Teilkreise den Ablesungsspiegel und oberhalb des oberen Magnetes einen Doppel-Y-Träger, der an eine mit dem Aufhängedraht verschraubte Doppelschneide gehängt wird. Eine ähnliche Vorrichtung

wiederholt sich in umgekehrter Reihenfolge an dem oberen Ende des Aufhängedrahtes und verbindet diesen mit dem an der Zimmerdecke befestigten Torsionskreise.¹⁾

Für die Dämpfung dient ein zweiteiliger Kupferrahmen, der den unteren Magnet umgibt. Jede Hälfte ist wieder zweiteilig, sodaß man den Dämpfer auf die beiden Nadeln verteilen könnte, wenn die Störungen merkliche Ströme im Kupfer induzieren sollten. Alle Teile des Instrumentes, mit Ausnahme des Aufhängedrahtes, sind gegen Luftströmungen durch Holzkasten geschützt, die von einem Holzstativ getragen werden. Auf diesem liegt auch dicht unter dem Luftkasten des unteren Magnetes der 2,5 m lange Holzmaßstab mit durchgehender sorgfältiger Zentimeterteilung, auf der ein kleiner Schlitten mit dem ablenkenden Magnet oder Stromkreise verschiebbar ist.

Justierung des Instrumentes. — Vier Stahlzylinder, von derselben Stange abgeschnitten, wurden gehärtet und nach dem Verfahren von Strouhal und Barus magnetisiert. Für das Magnetometer wählte man die beiden Zylinder aus, deren Momente (jedes etwa $370 \text{ cm}^2 \text{ gr}^{1/2}/\text{sek.}$) sich am wenigsten, nämlich nur um 0,2 Proz. unterschieden. Nach der Zusammensetzung wurde das astatische System zunächst an einem sehr dünnen Draht (z. B. Messingdraht von 0,06 mm Durchmesser) aufgehängt und die beiden Magnete, deren Abstand 192,3 cm betrug, so gegeneinander gedreht, daß die Richtkraft unter dem Einfluß des Erdfeldes möglichst klein ausfiel. Man erreicht diese Lage leicht mit Hülfe des Teilkreises, wenn man zugleich berücksichtigt, daß sich das System bei geringer Neigung der beiden Magnete schief zum Meridian stellt. Am Schluß kann man sich auch an der Größe der Schwingungsdauer oder der Empfindlichkeit der Ablenkungen überzeugen, ob man die günstigste Stellung des Teilkreises erreicht hat. Die Ruhelage ist dann natürlich wegen des dünnen Aufhängedrahtes wenig stabil.

Nachdem der Teilkreis in der richtigen Stellung festgeklemt ist, wird der dünne Aufhängedraht durch einen

1) Überzählige Schnitten gestatten, den Aufhängedraht unverändert aufzubewahren, falls er bei dem Übergang zu einer anderen Empfindlichkeit zeitweise gegen einen anderen ausgetauscht wird.

stärkeren ersetzt, gegen dessen Torsion die erdmagnetische Richtkraft des Systems verschwindet. Anfangs wurde ein sogenannter Stahldraht von 0,15 mm Dicke zur Aufhängung verwendet, der jedoch etwa 1 Proz. elastische Nachwirkung zeigte. Auch störte es sehr, daß die Ruhelage des Systems andauernd langsam wanderte, obwohl der Draht elektrisch ausgeglüht war. Er wurde deshalb durch einen vorhandenen Platiniridiumdraht (30 Proz. Ir) von 0,2 mm Stärke ersetzt, der sich besonders nach dem elektrischen Ausglühen sehr konstant zeigte.

Das System wurde mittels des oberen Torsionskreises in den Meridian gedreht (vgl. übrigens § 2) und der Maßstab senkrecht dazu angebracht, sodaß die Ablenkungen aus erster Hauptlage erfolgten. Die Schwingungsdauer des ungedämpften Systems betrug 3,8 Sek.; das Dämpfungsverhältnis, das der um den unteren Magnet gestellte Kupferrahmen hervorbrachte, war gleich 9, sodaß selbst nach den größten Ausschlägen, die auf der um 2 m vom Spiegel entfernten Milchglasskala von 1 m Länge abgelesen werden konnten, nach 20 Sek. keine Bewegung mehr merklich war.

Mit dem 135 cm langen Platiniridiumdraht besitzt das Magnetometer $\frac{3}{5}$ von der Empfindlichkeit, die eine im Erdfelde aufgehängte einfache Nadel bietet, während der dünnere Eisendraht eine 2,2 fache Empfindlichkeit lieferte.

Rasche Schwankungen, welche ein einfaches Magnetometer unter dem Einfluß der Straßenbahnstörungen aufweist, und die bei dem angegebenen Skalenabstand nach jeder Seite mehr als 1 Skt. betragen, fallen bei dem Torsionsmagnetometer weg. Zeitweilige kurze Schwankungen der Ruhelage waren nicht größer als 0,1 Skt., wobei es vorläufig dahingestellt bleiben muß, ob sie nicht durch mechanische Erschütterungen des langen Gehänges verursacht wurden. Auch störende langsam verlaufende Schwankungen sind bei der Aufhängung mit dem Platiniridiumdraht nicht aufgetreten. Die Ruhelage zeigte Monate lang nur Änderungen von einigen Skalenteilen, die von wechselnden magnetischen Einflüssen in der nächsten Umgebung des Magnetometers herrühren können.

2. Günstigste Orientierung.

Brauchbar ist das Magnetometer in jedem Azimut. Es war bei unseren Messungen nordsüdlich orientiert. In dieser Lage wird durch Änderungen in der Gleichheit der Magnete die Ruhelage am wenigsten beeinflusst.

Trotzdem wird die ostwestliche Lage im allgemeinen vorzuziehen sein, weil hier die Empfindlichkeitskonstante von jenen Änderungen am wenigsten abhängt und weil dies im allgemeinen wichtiger ist, als eine auch auf die Dauer konstante Ruhelage, deren Verschiebung ja nur langsam eintreten könnte.

3. Ablenkendes Moment und Ausschlag.

Wird die Wirkung der ablenkenden Kraft auf die Hilfsnadel einstweilen vernachlässigt, so ist das Magnetometer im wesentlichen identisch mit einer im unmagnetischen Felde an einem elastischen Faden aufgehängenen Magnetenadel. Wir nehmen an, daß an deren Orte ein ablenkendes Feld F senkrecht zu ihrer Ruhelage hervorgebracht werde, welches durch den entstehenden Ausschlag α zu messen ist. Wenn m das magnetische Moment der Nadel, D die Direktionskraft ihrer Aufhängung bedeutet, so gilt dann

$$D\alpha = Fm \cos \alpha,$$

also

$$(1) \quad F = \frac{D}{m} \frac{\alpha}{\cos \alpha};$$

für kleine Ablenkungen also

$$(1a) \quad F = \frac{D}{m} \alpha$$

und für mäßige

$$(1b) \quad F = \frac{D}{m} \alpha \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2\right).^1)$$

1) Es werde noch darauf hingewiesen, daß man die Korrektion $\frac{1}{2} \alpha^2$ zusammenfassen kann mit der Korrektion, die ein an geradliniger Skale abgelesener Ausschlag verlangt. Diesen mit x bezeichnet und den Skalenabstand mit A , ist bekanntlich

$$\alpha = \frac{x}{2A} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2A}\right)^2\right).$$

Rechnet man statt dessen

$$\alpha' = \frac{x}{2A} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2A}\right)^2\right),$$

so ist dies α' für den obigen Ausdruck $\alpha (1 + \frac{1}{2} \alpha^2)$ einzusetzen.

Ganz streng ist dies nicht. Eigentlich tritt, wie bei jeder nicht freien Magnetnadel, eine (sehr kleine) Korrektion hinzu, weil ein astatisches magnetisches System im erdmagnetischen Felde bei dem Ändern seiner Richtung nach Moment und Achsenrichtung variabel ist. Die Korrektion würde sich mittels der Koeffizienten des induzierten Längs- und Quermagnetismus berechnen lassen. Man wird jedoch selten in der Lage sein, erstens hiervon Gebrauch machen zu können, zweitens aber auch Gebrauch davon machen zu müssen; denn abgesehen davon, daß die ganze Korrektion sehr klein sein würde, wird sie bei der, wohl so gut wie immer empirisch vorzunehmenden Ermittlung der Empfindlichkeit (§ 6) gleich mit berücksichtigt. Eine, ebenfalls sehr kleine, Unsymmetrie des Ausschlages nach beiden Seiten, welche unter Umständen auftreten kann, wird dadurch unwirksam gemacht, daß man die Richtung der ablenkenden Kraft kommutiert, was ja aus anderen bekannten Gründen bei einer genauen Messung ohnehin nötig ist.

4. Die Ablenkungen durch Fernwirkung.

Wir fügen den Einfluß auf die Hülfsnadel jetzt in die Betrachtung ein.

Die Brauchbarkeit eines Magnetometers hängt davon ab, daß die Fernwirkung eine hinreichend einfache Funktion eines gut zu definierenden Abstandes ist. Der ablenkende Magnet etc. befindet sich in der Höhe der Hauptnadel; die Bedingung wird somit, daß er die Hülfsnadel so wenig beeinflusst, daß diese Wirkung als Korrektion behandelt werden darf.

Man kann nun leicht überschlagen, daß zu diesem Zwecke die beiden Nadeln *im allgemeinen* sehr weit auseinanderliegen müßten. Dies gilt z. B. auch für die zweite Gaußsche Hauptlage; diese ist also ungeeignet.

Um so günstiger ist die erste Hauptlage. Man übersieht nämlich aus dem Verlaufe der Kraftlinien um einen Magnet, daß diese die Hülfsnadel in geneigter Richtung schneiden, und die Verhältnisse lassen sich in der Tat leicht so wählen, daß diese Richtungen steil und somit die auf die Hülfsnadel ausgeübten Horizontalkräfte klein bleiben.

Von Korrekturen wegen Magnet- und Nadellänge einstweilen abgesehen erhält man für einen aus dem Abstände a

von der Hauptnadel in erster Hauptlage zu dieser wirkenden (also mit der Senkrechten auf ihrer Ruhelage zusammenfallenden) Magnet vom Moment M das folgende.

P_1 und P_2 seien die Orte der beiden Nadeln, ihr Vertikalabstand $P_1 P_2 = h$.

Am Orte P_1 erzeugt der Magnet das ablenkende Feld

$$F_1 = 2 \frac{M}{a^3}.$$

Die Wirkung auf P_2 erhält man durch Zerlegung des Magnetes in die beiden Komponenten $M \sin \varphi$ und $M \cos \varphi$ senkrecht zu und in der Verbindungslinie $M P_2$.

Erstere Komponente, auf den Ort P_2 aus zweiter Hauptlage wirkend, erzeugt daselbst ein Feld von der Horizontalkomponente

$$\frac{M}{(a^2 + h^2)^{3/2}} \sin^2 \varphi = M \frac{h^2}{(a^2 + h^2)^{5/2}}.$$

Die Drehrichtung auf die Hilfsnadel ist, weil deren Pole gegen die der Hauptnadel vertauscht sind, von gleichem Sinne, wie die Drehung der Hauptnadel durch F_1 .

Die Magnetkomponente $M \cos \varphi$, auf P_2 aus erster Hauptlage wirkend, erzeugt dort ein Feld von der Horizontalstärke

$$2 \frac{M}{(a^2 + h^2)^{3/2}} \cos^2 \varphi = 2 M \frac{a^2}{(a^2 + h^2)^{5/2}}.$$

Dieses dreht, wie man sieht, entgegengesetzt.

Die gesamte Horizontalstärke F_2 des von M an der Hilfsnadel hervorgebrachten Feldes, positiv gerechnet, wenn sie in demselben Sinne dreht wie F_1 an der Hauptnadel, ist also

$$F_2 = M \frac{h^2 - 2a^2}{(a^2 + h^2)^{5/2}}.$$

Die Summe beider Felder beträgt demnach

$$(2) \quad F = F_1 + F_2 = M \left[\frac{2}{a^3} + \frac{h^2 - 2a^2}{(a^2 + h^2)^{5/2}} \right] = 2 \frac{M}{a^3} \left[1 + \psi \left(\frac{a}{h} \right) \right],$$

indem wir zur Abkürzung bezeichnen:

$$(3) \quad \psi \left(\frac{a}{h} \right) = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{a}{h} \right)^2 - \left(\frac{a}{h} \right)^5}{\left[1 + \left(\frac{a}{h} \right)^2 \right]^{5/2}}.$$

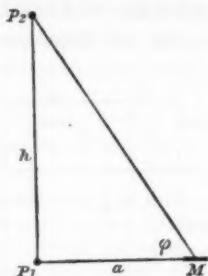


Fig. 2.

Der Verlauf der Funktion $\psi(a/h)$, welche die von der Mitwirkung der Hilfsnadel herrührende relative Korrektur ausdrückt, wird durch die Fig. 3 übersichtlich. Die Korrektur hat für ein kleines a einen mit a wachsenden positiven Wert,

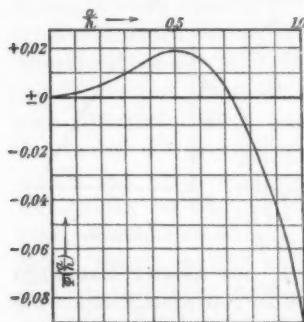


Fig. 3.

der für $a/h = 0,5$ ein Maximum ($= 0,0179$) erreicht, dann wieder abnimmt und für $a/h = \sqrt{0,5}$ verschwindet. Der von da an eintretende negative Wert wächst beschleunigt an, durchsetzt für $a/h = 0,79$ dieselbe Zahl 0,0179 und nimmt später rasch zu.

Es stehen hiernach die Abstände nahe bis zu $a = 0,8h$ zur Verfügung, wenn die Korrektur nicht über 0,018 wachsen soll. Eine solche Zahl verträgt sich nun durchaus noch mit

der Genauigkeit, die bei magnetometrischen Messungen so gut wie immer ausreicht, ja unter gewöhnlichen Verhältnissen erreichbar ist. Korrekturen aus der Magnetlänge übersteigen diesen Betrag nicht selten und sind schwieriger genau zustellen als die vorliegende Korrektur. Auch die stillschweigend gemachte Voraussetzung, daß die beiden Nadeln ganz gleich seien, darf, wie man sieht, bis auf 5 Proz. Abweichung verletzt werden, ehe hieraus ein Fehler von $1/1000$ entspringt.

Die Bedingung, daß a/h nicht größer wird als 0,8, sagt z. B. daß, um bis zum Abstände 100 cm arbeiten zu können, ein Höhenunterschied h von 127 cm genügt, der sich selbst an einem transportablen Instrument (vgl. die Anmerkung p. 289) noch verwirklichen läßt.

Auch bei $a = h$ wird der Fehler höchstens einige Tausendtel erreichen können.

Daß man die Ablenkungen stets von beiden Seiten erzeugen muß, um in dem Mittelwert einen Ausschlag zu haben, der dem halben gegenseitigen Abstände a der Stellungen zugehört, gilt bei Anspruch an Genauigkeit selbstverständlich hier ebenso wie bei dem gewöhnlichen Magnetometer.

Zur Bequemlichkeit ist die Funktion von Gleichung (3) $\psi(a/h)$ in der folgenden Tabelle dargestellt, deren Gebrauch dadurch vereinfacht werden kann, daß z. B. $h = 100$ oder auch $h = 125 (= 1000/8)$ gewählt wird; da man sich aber ohnehin auf wenige bestimmte Abstände a zu beschränken pflegt, so kommt hierauf nicht viel an.

Tabelle der Funktion $\psi(x) = \frac{\frac{1}{2}x^3 - x^5}{(1+x^2)^{5/2}}$.

	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,00	+0,0033	+0,0089	+0,0150	+0,0179	+0,0140	+0,0013	-0,0208	-0,0513
0,01	+0,0038	+0,0096	+0,0155	+0,0179	+0,0132	-0,0005	-0,0235	-0,0547
0,02	+0,0043	+0,0102	+0,0160	+0,0177	+0,0122	-0,0024	-0,0263	-0,0582
0,03	+0,0048	+0,0109	+0,0164	+0,0176	+0,0112	-0,0044	-0,0291	-0,0618
0,04	+0,0053	+0,0115	+0,0168	+0,0173	+0,0100	-0,0065	-0,0321	-0,0654
0,05	+0,0059	+0,0121	+0,0171	+0,0170	+0,0088	-0,0086	-0,0351	-0,0691
0,06	+0,0065	+0,0127	+0,0174	+0,0166	+0,0075	-0,0109	-0,0382	-0,0729
0,07	+0,0071	+0,0133	+0,0176	+0,0160	+0,0061	-0,0132	-0,0413	-0,0767
0,08	+0,0077	+0,0139	+0,0178	+0,0155	+0,0046	-0,0157	-0,0446	-0,0805
0,09	+0,0083	+0,0145	+0,0179	+0,0148	+0,0030	-0,0182	-0,0479	-0,0844

5. Korrektur wegen der Dimensionen von Magneten oder Spulen und der Nadel.

Die Hilfsnadel kommt hier, weil sie wenig mitwirkt und obendrein vom Magnet stets weit entfernt ist, nicht in Betracht. Man braucht also nur die bekannten Korrektionsglieder einzuführen. Indem dies geschieht, werde die gebräuchliche Bedingung festgehalten, daß nur die ersten Glieder in der Reihenentwicklung zu berücksichtigen sind.

Die reduzierten Längen (Polabstände) seien l für die Nadel, L für den aus erster Hauptlage ablenkenden Magnet. Man wird sie im allgemeinen gleich $\frac{5}{6}$ der geometrischen Längen setzen dürfen; anderenfalls mag man sie besonders bestimmen¹⁾

1) Vgl. F. Kohlrausch u. W. Hallock, Wied. Ann. 22. p. 411. 1884; F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27. p. 45. 1886. — Hr. C. Benedicks (Svensk. Vet. Akad. Handl. 27. Nr. 5 und Journ. de Phys. (4) 1. p. 302. 1902) sagt, daß die Zahl $\frac{5}{6}$ erheblich größer sei als der „reelle“

wie es auch bei dem gewöhnlichen Magnetometer gefordert sein kann.

Das am Magnetometer durch einen Magnet M erzeugte ablenkende Feld F ist dann zu setzen

$$(4) \quad F = 2 \frac{M}{a^3} \left[1 + \frac{\frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} R^2}{a^2} + \psi \left(\frac{a}{h} \right) \right].$$

Die Funktion ψ bedeutet die von der Hülfsnadel stammende Korrektur, deren Zahlenwert aus Formel (3) oder der Tabelle zu entnehmen ist.

Vorausgesetzt wird, daß der Magnet eine gestreckte Gestalt hat.

Unter der gleichen Voraussetzung gilt dieselbe Formel für eine gleichmäßig bewickelte zylindrische Stromspule, wenn M = Stromstärke \times Stromfläche und L gleich der geometrischen Länge der Spule gesetzt wird, alles in [C.G.S.] gemessen.

Spulen werden aber häufig auch einen beträchtlicheren Durchmesser haben. Es sei R_0 der innere, R_1 der äußere Windungshalbmesser; dann bezeichne man

$$\frac{R_1^5 - R_0^5}{R_1^3 - R_0^3} = \mathfrak{R} \quad \text{und} \quad \frac{R_1^7 - R_0^7}{R_1^5 - R_0^5} = \mathfrak{R}'.$$

Meist genügt es, in die Klammer von Gleichung (4) noch hinzuzusetzen $-\frac{9}{10} \mathfrak{R}/a^2$. Bei großen Dimensionen kommt noch

$$+ \frac{1}{a^4} \left(\frac{3}{16} L^4 - \frac{9}{8} L^2 \mathfrak{R} + \frac{45}{56} \mathfrak{R}' \right).$$

Bezüglich des nächsten Gliedes der Reihenentwicklung oder auch eines geschlossenen, für die Rechnung jedoch weniger bequemen Ausdruckes genügt es, auf Kohlrausch¹⁾ zu verweisen.

Polabstand, welchen er in der Abhandlung mißt. Den beiden Zahlen liegen aber verschiedene Definitionen des Polabstandes zu Grunde. Für Fernwirkung kommt eben die Definition in Betracht, welcher durchschnittlich genähert das Verhältnis $\frac{5}{6}$ entspricht. Welche Pole man die „reellen“ nennen will, ist wesentlich Geschmackssache. Für einen Magnet, der wirklich „reelle“, d. h. punktförmige Pole besäße, würden natürlich alle Definitionen zusammenfallen.

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 517 ff. 1883.

6. Konstantenbestimmung des Magnetometers.

Aufgabe ist, in der Formel (1) $F = C \cdot \alpha$, wo α der (kleine) Ausschlag ist, den ein ablenkendes Feld F am Magnetometer bewirkt, die Konstante C zu ermitteln.

Da $C = D/m$ ist, könnte man zu diesem Zweck die Direktionskraft D und den Magnetismus m der Hauptnadeln einzeln bestimmen, die erstere aus dem Trägheitsmoment und der Schwingungsdauer und m in gewöhnlicher Weise ¹⁾, wenn man über ein brauchbares erdmagnetisches Feld verfügt. Da wir letzteres aber nicht annehmen, und da außerdem das Verfahren umständlich ausfallen würde, so wird dies kaum eine Bedeutung haben.

Empirische Bestimmung. Man ermittelt C durch die einmalige Messung des Ausschlages, den ein *bekanntes* ablenkendes magnetisches Feld erzeugt.

Ein bekanntes *magnetisches Moment* M bewirke aus dem Abstände a in erster Hauptlage die in absolutem Maße gemessene Ablenkung α_0 , so ist, Korrekturen vorbehalten,

$$(5) \quad C = 2 \frac{M}{a^3} \frac{1}{\alpha_0}.$$

Das Moment M wird vermöge der jetzt in Gestalt von Normalelementen oder Westongalvanometern leicht zugänglichen Mittel der Strommessung mit einer Stromspule als Fläche \times Stromstärke, $M = S \cdot J$, hergestellt. Zur genauen Ausmessung von S wird der Durchmesser der Spule so groß gewählt, wie es für den Zweck tunlich ist.

Einschließlich der aus den Dimensionen der Spule und der Nadel folgenden und der an einem größeren Ablenkungswinkel anzubringenden Korrekturen (vgl. § 5) ist dann zu rechnen

$$(5a) \quad C = 2 \frac{SJ}{a^3} \left[1 + \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2 - \frac{9}{10} \frac{R_1^5 - R_0^5}{R_1^3 - R_0^3} \right) + \psi \left(\frac{a}{h} \right) \right] \cdot \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{2} \alpha_0^3}.$$

1) Man würde hierfür das ganze Magnetpaar, etwa mittels seines Torsionskopfes, vor einem seitlich in der Höhe der Hauptnadel aufgestellten kleinen Magnetometer drehen können.

a ist die gegenseitige Entfernung der Mittelpunkte von Spule und Nadel, l die reduzierte Nadellänge, R_0 und R_1 der innere und äußere Radius, L die Länge der Spule; ψ ist wieder die durch die Formel (3) p. 295 oder durch die Tabelle p. 297 gegebene Funktion.

7. Festhaltung der Konstante.

Die Konstante wird durch den Aufhängedraht und den Magnetismus der Nadeln bedingt, und zwar, wenn das Magnetometer in Ostwestlage hängt, wesentlich nur durch den der Hauptnadel. Von Temperatureinflüssen (§ 8) abgesehen, kann man die Elastizität des Drahtes als konstant annehmen; der Magnetismus ändert sich, wenn die Nadeln richtig vorbehandelt worden waren¹⁾, nur langsam. Es wird also genügen, die Konstante mit längeren Zwischenzeiten zu bestimmen.

Dabei wird im allgemeinen einfacher, als eine absolute Neubestimmung eine Vergleichung der Ausschläge α_1 und α_2 sein, die einer bestimmten ablenkenden Wirkung entsprechen. Das Konstantenverhältnis zu beiden Zeiten ist dann $C_1 : C_2 = \alpha_2 : \alpha_1$. Die eine Ablenkung nimmt man zugleich mit oder unmittelbar nach der absoluten Bestimmung vor.

Hat man einen Magnet, dessen Konstanz besser verbürgt ist, als die der Nadel, so lenkt man mit ihm aus einer und derselben Entfernung ab. Für beliebige Zeiträume genügt eine Stromspule. Diese braucht natürlich nicht ausgemessen zu sein und kann eine für den Zweck möglichst geeignete Gestalt und Größe haben.

8. Einfluß der Temperatur.

α sei der Temperaturkoeffizient des Nadelmagnetismus in der Beziehung

$$m = m_0 [1 - \alpha (\vartheta - \vartheta_0)],$$

wo den Temperaturen ϑ_0 und ϑ die magnetischen Momente m_0 und m entsprechen.

Wir nehmen gleich den Temperatureinfluß auf den Elastizitätsmodul des Aufhängedrahtes mit herein; der Temperaturkoeffizient der relativen Elastizitätsabnahme sei gleich β , dann ist

$$D = D_0 [1 - \beta (\vartheta - \vartheta_0)].$$

1) V. Strouhal und C. Barus, Wied. Ann. 20. p. 662. 1883.

Sind die Temperaturen der Nadel und der Aufhängung ungleich, so müssen die Einflüsse getrennt berücksichtigt werden. Sind sie gleich und beziehen wir auch den Ausgangszustand auf dieselbe Temperatur t_0 , so kommt für die maßgebende Größe (§ 6) D/m bei der Kleinheit von a und b , wenn $a - b = c$ gesetzt wird, der einfache Ausdruck

$$(6) \quad \frac{D}{m} = \frac{D_0}{m_0} [1 + c(\vartheta - \vartheta_0)].$$

Als günstig ist der Umstand hervorzuheben, daß die Temperaturkoeffizienten eines magnetischen Momentes und eines Elastizitätsmoduls gleiche Größenordnung haben. Es ist nicht ausgeschlossen, daß man sie merklich gleich, also $c = 0$ mache, dann würde die Temperatur also ohne Einfluß sein.

Jedenfalls werden die Einflüsse kleiner bleiben als die der erdmagnetischen Intensitätsvariationen auf ein gewöhnliches Magnetometer. Da obendrein das Thermometer als Hilfsapparat einfacher ist als das erdmagnetische Intensitätsvariometer, und da außerdem die thermischen Einflüsse sich beherrschen lassen, und endlich, da sie stetiger verlaufen als im allgemeinen die erdmagnetischen, so wäre also das astatische Torsionsmagnetometer in dieser Hinsicht sogar bequemer als das gewöhnliche.

Daß man den Koeffizienten c als Ganzes empirisch bestimmen kann, indem man die durch dasselbe ablenkende Feld einer Stromspule erzeugten Ausschläge α und α' etc. bei mehreren Temperaturen ϑ und ϑ' etc. mißt, braucht kaum bemerkt zu werden. Es ist dann

$$c = \frac{1}{a} \frac{\alpha - \alpha'}{\vartheta' - \vartheta}.$$

9. Beobachtungen am Torsionsmagnetometer.

Die Konstante C [Formel (5a)] des oben beschriebenen Instrumentes wurde mit Hilfe einer Normalspule¹⁾ von bekannter Windungsfläche bestimmt, wobei ein Zeigergalvanometer von Siemens & Halske die Stromstärke auf 0,1 Proz.

1) Es wurde die zum Helmholtzschen Dynamometer gehörige Spule 1 aus Aluminiumdraht benutzt, deren Windungsfläche von Kahle bestimmt ist (Wied. Ann. 59. p. 550. 1896).

angab. Es werden hier nur die Resultate der Beobachtungen mitgeteilt, über die Hr. Henning näher berichten wird.

Die ersten Messungen wurden am 23. und 27. Febr. 1902 bald nach der Aufstellung des Instrumentes vorgenommen. Die Zimmerheizung war im Interesse gleichmäßiger Temperaturverteilung an beiden Tagen vor der Beobachtung abgestellt worden.

Der Holzschlitten mit der ablenkenden Spule befand sich in jeder Entfernung a einmal östlich, das andere Mal westlich vom Magnetometer. Ferner wurde in jeder Lage der Schlitten und die Stromrichtung umgekehrt. Die Windungsfläche S betrug unter Berücksichtigung der Erwärmung durch den Strom, der lange vor Beginn der Beobachtungen eingeschaltet wurde, $11\,110\text{ cm}^2$; die Stromstärke war etwa gleich $0,12\text{ C.G.S.}$, ferner ist $R_1 = 2,76$, $R_0 = 2,23$ und $L = 5\text{ cm}$.

	a (cm)	C
23. Februar.	45	0,29765
	55	0,29760
	65	0,29755
		Mittel 0,29760
27. Februar.	45	0,29751
	55	0,29757
	65	0,29757
	75	0,29737
	85	0,29732
	95	0,29724
	105	0,29734
		Mittel 0,29742

Die Abweichung der einzelnen Beobachtungswerte vom Mittel übersteigt nicht $0,1\text{ Proz.}$ Auch stimmen die Mittel von beiden Tagen gut überein. Die Temperatur des Magnet-systems betrug am ersten Tage $14,0^\circ$, am zweiten $18,0^\circ$.

Nachher wurde der Apparat wegen einer Änderung an der Aufhängung abgenommen und dann wieder zusammengesetzt. Es möge hier noch die neue Bestimmung von C bei $19,8^\circ\text{ C.}$ folgen, die freilich mit den früheren Werten nicht vergleichbar ist. Sie bietet aber Interesse, weil vier Monate später eine andere Messung bei $18,3^\circ$ an dem inzwischen unverändert

gebliebenen Instrument folgte. Die Stromstärke der Spule betrug etwa 0,1 G.C.S. und war etwas weniger konstant als früher.

	23. April	29. August
a (cm)	C	C
40	0,29181	0,29280
50	0,29198	0,29290
60	0,29197	0,29314
70	0,29136	0,29285
80	0,29136	0,29249
	Mittel 0,29170	0,29284

Die Konstante C hat während der Zwischenzeit eine Zunahme von 0,4 Proz. erfahren, die wohl auf eine Abnahme in dem Moment der Magnetometermagnete zurückzuführen ist.

Temperatureinfluß. — Aus den Messungen vom 23. und 27. Februar folgt, daß der Temperaturkoeffizient des Magnetometers nur gering ist, da ein Temperaturunterschied von 4° ohne merklichen Einfluß war. Nun ist der Temperaturkoeffizient der Magnetometermagnete gleich 0,00065, wie eine Bestimmung an zwei ähnlichen Magneten von demselben Material ergab. Diese Temperaturänderung des magnetischen Momentes wird also zum großen Teil durch die Änderung der Elastizität kompensiert.

10. Die Verwendung des Torsionsmagnetometers im Multiplikator.

Wird die eine Nadel von einem Multiplikator umgeben, während die andere außen liegt, so hat man die alte Form des Galvanometers mit einem astatischen Nadelpaare, welche von Nobili in kleinem, von Weber und anderen in größerem Maßstabe konstruiert wurde und über die nichts gesagt zu werden braucht. Dabei lag im Interesse der Empfindlichkeit die äußere Nadel dicht über dem Multiplikator.

Interesse aber kann die der Tangentenbussole entsprechende Anordnung haben, auch deswegen, weil die Empfindlichkeitskonstante des Magnetometers bei großem Anspruche an Genauigkeit vielleicht mit einem die Hauptnadel umgebenden weiten Stromkreise am sichersten ermittelt wird. Für diesen Gebrauch sollen daher die Regeln hier noch zusammengestellt werden.

Der Stromkreis muß, um dem Aufhänge drahte auszuweichen, natürlich entweder ein wenig seitlich aufgestellt werden oder er muß, wenn er die Nadel symmetrisch umgeben soll, mindestens zwei Windungen haben, zwischen denen die Aufhängung hindurchtritt.

Die Hilfsnadel kann man, da ihr Einfluß mit wachsender Entfernung sehr rasch abnimmt, von dem Stromkreise leicht so weit entfernt halten, daß sie nur in einer Korrektur auftritt. Sieht man zunächst von ihrer Mitwirkung ab, so entspricht einem Strom J in einem Ringe von N Windungen vom Halbmesser R , wenn e den kleinen seitlichen Abstand der Windungen (z. B. jeder Hälfte) von der Vertikalebene der Nadelachse und l den Polabstand der Nadel bedeutet, eine kleine Ablenkung α nach dem Ausdruck

$$(7) \quad J = \frac{D}{m} \frac{R}{2\pi N} \left(1 + \frac{3}{8} \frac{e^2}{R^2} - \frac{3}{16} \frac{l^2}{R^2} \right) \alpha \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2 \right).$$

Die Mitwirkung der Hilfsnadel wird stets genügend genau durch Zufügung des Korrekturfaktors auf der *linken* Seite berücksichtigt:¹⁾

$$1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{h^2} + \frac{9}{16} \frac{R^4}{h^4} + \frac{75}{128} \frac{R^6}{h^6}.$$

Das letzte Glied wird praktisch als verschwindend bezeichnet werden können; auch das vorletzte liefert z. B. für $R = 20$ und $h = 120$ cm nur $1/13800$. Beschränken wir uns daher auf das erste Glied (bei dieser Annahme gleich $1/432$), so kann man schreiben:

$$(7a) \quad J = \frac{D}{m} \frac{R}{2\pi N} \left[1 + \frac{3}{8} \frac{e^2}{R^2} - \frac{3}{16} \frac{l^2}{R^2} - \frac{1}{2} \frac{R^2}{h^2} \right] \alpha \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2 \right).$$

D/m ist die früher (§ 6) mit C bezeichnete Konstante des Magnetometers. Gleichung (7a) enthält also auch den Ausdruck, nach welchem man C mittels eines um die Hauptnadel geführten Stromkreises ermitteln kann.

Charlottenburg, November 1902.

1) Vgl. F. Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 513. 1883. Dasselbe findet sich p. 521 der Korrekturfaktor auch mit Rücksicht auf die Quersdimensionen des Stromringes.

(Eingegangen 28. November 1902.)

5. Die Beugung der Röntgenstrahlen; von H. Haga und C. H. Wind.

Zweite Mitteilung.¹⁾

Während der in Hamburg tagenden Deutschen Naturforscherversammlung hat Dr. Walter²⁾ seine Versuche über die Beugung der Röntgenstrahlen mitgeteilt, infolgedessen er eine Beugung leugnete und unser in diesen Annalen³⁾ mitgeteiltes positives Versuchsergebnis photographischen Ursachen zuschrieb.

Dieses negative Resultat veranlaßte uns, die Versuche mit besseren Hilfsmitteln und unter Benutzung der von Dr. Walter und uns gemachten Erfahrungen zu wiederholen. Wir haben noch deutlicher als vorher Beugungserscheinungen erhalten, sodaß wir jetzt noch mehr als früher überzeugt sind, daß die Röntgenstrahlen als ein Strahlungsvorgang im Äther aufgefaßt werden müssen.

Unsere Versuchsanordnung war die folgende: Auf der oberen 5,5 cm breiten Fläche eines 2 m langen, 12,5 cm hohen eisernen Balkens mit I-förmigem Querschnitt waren drei Winkelstücke aus Eisen, mit der Kante senkrecht zur Längsrichtung des Balkens, festgeschraubt und zwar eins am Ende, das zweite auf einem Abstände von 75 cm, das dritte 150 cm von ersterem. In der Figur sind die beiden ersten sichtbar. An die vertikalen 3,5 cm hohen Flächen der Winkelstücke waren 12 cm hohe, 10 cm breite, 4 mm dicke Messingplatten geschraubt. Von diesen trug Platte I in der Mitte den ersten Spalt, Platte II den zweiten oder Beugungsspalt, während gegen den

1) H. Haga u. C. H. Wind, Kon. Akad. Wetenschappen. Okt. 1902.

2) B. Walter, Physik. Zeitschr. 3. p. 137. 1902.

3) H. Haga u. C. H. Wind, Wied. Ann. 68. p. 884. 1899.

dritten die photographische Platte — Schleußners Röntgenplatte — geklemmt wurde.

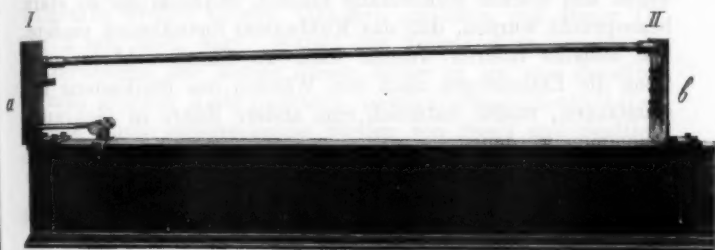
Der eiserne Balken wurde mit Gips auf zwei von Säulen getragenen Steinplatten befestigt; die Säulen ruhten auf einem festen Pfeiler, auf welchem, ebenfalls von einer Säule getragen, die Röntgenröhre in einem großen von 2 mm dicken Bleiplatten gebildeten Kasten stand. Die Rückseite des Kastens war frei für die Zuleitungsdrähte vom Induktor, während in der vorderen Bleiplatte nur eine kleine rechteckige Öffnung einen Weg für die Strahlen frei ließ. Die zweite und dritte Messingplatte befanden sich ebenfalls gemeinschaftlich in einem länglichen Bleikasten, um die photographische Platte möglichst vor diffundierten Röntgenstrahlen zu schützen.

Der erste Spalt war gebildet aus zwei 2 mm dicken, 2 cm hohen, auf plan geschliffenen Messingplatten geschraubten Platinstreifen; seine Höhe war durch eine Bleiblende bis auf 4 mm begrenzt; seine Breite betrug $15\ \mu$. Der aus $\frac{1}{2}$ mm dicken, 4 cm langen Platinstreifen gebildete Beugungsspalt war oben ungefähr $25\ \mu$ breit, unten geschlossen.

Die größte Sorgfalt ist verwendet worden auf eine genaue Bearbeitung der Spalte.

Zur Erzeugung der Röntgenstrahlen diente ein von Siemens & Halske gelieferter Induktor von 60 cm Funkenlänge, mit vierteiliger Primärspule, ein Wehneltinterruptor und eine Akkumulatorenbatterie von 110 Volt; die neuesten Müllerschen Röhren mit Wasserkühlung wurden benutzt. Bei diesen neuen Versuchen wurde mehr als früher Mühe darauf verwandt, um die beiden Spalte genau zu richten; daß dieses nicht eine ganz leichte Aufgabe war, ist eine Folge der großen Tiefe der Spalte (Dicke der Platinstreifen) bei einer so kleinen Breite, daß man gewöhnliches Licht, wegen der Beugungserscheinungen, nicht benutzen kann; wir waren daher auf Röntgenstrahlen angewiesen und bei diesen war die geringe Breite der Spalte Ursache, daß das durch den ersten Spalt ($15\ \mu$) hindurchgegangene Strahlenbündel in der Nähe des zweiten Spaltes auf einem Leuchtschirm nur in vollkommen verdunkeltem Zimmer noch beobachtet werden konnte, während dasselbe durch den uns am meisten interessierenden Teil des zweiten Spaltes ($\pm 5\ \mu$) nur photographisch beobachtet werden

konnte mittels einer etwa vierstündigen Exposition. Um aus dieser Photographie eine brauchbare Marke für die Richtung des Durchganges des zweiten Spaltes zu erhalten, war ganz nahe bei und ein wenig oberhalb des ersten Spaltes ein Messingstreifchen angebracht (vgl. Figur). In diesem durch einen an der Platte II befestigten Arm getragenen Streifchen waren nebeneinander einige vertikale Reihen von kleinen Löchern gebohrt worden, welche in Zahl und Größe der Löcher differieren. Eine Röntgenröhre wurde hinter II bei *b* aufgestellt und eine photographische Platte zwischen dem Streifchen und der Platte I; ein Bleischirm ließ nur den zu untersuchenden Teil des zweiten Spaltes frei. Die Photographie



zeigte entweder eine oder zwei der Löcherreihen, woraus sich leicht ergab, welcher Teil des Streifchens sich gerade in der Richtung des zweiten Spaltes befand. Es war nun weiter ein leichtes Platte II mit dem Winkelstück — in dessen Fußplatte die Löcher ein wenig größer gebohrt worden waren als der Durchschnitt der Schrauben — so zu drehen, daß von der Mitte des zweiten Spaltes aus der soeben bestimmte Teil des Streifchens gerade oberhalb des ersten Spaltes gesehen wurde. Da die Platte I um eine durch den ersten Spalt gehende Achse drehbar war, konnte sie so gerichtet werden, daß die von einer in *a* aufgestellten Röhre ausgesandten Strahlen den zweiten Spalt trafen, wovon man sich durch einen Leuchtschirm überzeugen konnte. Auch wurde während den Beugungsversuchen einige Male die richtige Lage der Röhre kontrolliert.

Die Breite des ersten und des zweiten Spaltes wurde aus photographischen Aufnahmen bestimmt, wobei entweder die

empfindliche Platte unmittelbar hinter der Platte I und die Röntgenröhre bei *b*, oder die photographische Platte hinter der Platte II und die Röhre bei *a* stand. Die Aufnahmen des zweiten Spaltes geschahen vor und nach den Beugungsversuchen: Nr. 1, 10. April, Nr. 2, 23. August.

Wie schon bemerkt, wurden als Quelle der Röntgenstrahlen die Müllerschen Röhren mit Wasserkühlung und automatischer Reguliervorrichtung benutzt. Wie schön diese Röhren auch arbeiten und wie ausgezeichnet dieselben für die gewöhnlichen medizinischen Zwecke sein mögen, für die ungewohnten Forderungen bei diesen Versuchen zeigten sich nur wenige Exemplare gut brauchbar. Wir wünschten ja Röhren, die weich waren und solches stundenlang blieben, trotzdem sie so stark beansprucht wurden, daß das Kühlwasser fortwährend siedete. Die meisten Röhren wurden nach 10 Stunden härter und wenn die Entladungen nach den Wänden des Bleikastens hin stattfanden, mußte natürlich eine andere Röhre in Gebrauch genommen werden.

Die drei folgenden, sehr gut gelungenen Aufnahmen haben wir erhalten, die im folgenden als *A*, *B* und *C* bezeichnet werden mögen.

A wurde erhalten am 7. und 8. Mai nach einer Exposition von $9\frac{1}{2}$ Stunden, hauptsächlich mit einer außerordentlich guten, sehr weichen Röhre, welche sehr intensive Strahlen gab; entwickelt wurde die Platte während 45 Min. in 200 ccm Glycin¹⁾ 1 zu 5.

B wurde erhalten am 8., 9., 10. und 12. Juli nach einer Expositionszeit von 31 Stunden, wozu zwei Röhren benutzt wurden: die eine war während 4 Stunden weich, wurde nachher hart, die zweite war fortwährend hart; entwickelt wurde 15 Min. in Glycin 1 zu 5.

C wurde erhalten am 14., 15., 16., 17. und 18. August nach einer Expositionszeit von 40 Stunden, wozu zwei Röhren benutzt wurden; die eine diente 10 Stunden lang und war ziemlich hart, die andere war eine sehr gute Röhre, die während der übrigen Zeit nur weiche Strahlen aussandte; entwickelt wurde 10 Min. in Glycin 1 zu 6.

1) E. Vogel, Taschenbuch. p. 128. 1901.

Diese drei Aufnahmen waren sehr wenig geschleiert. Da es notwendig war, die Breite des jedem Punkte des Spaltbildes entsprechenden Teiles des Beugungsspaltcs angeben zu können, waren, wie es auch bei unseren vorigen Versuchen geschehen war, in einem der Backen des Beugungsspaltcs, nahe dem Spalte, drei kleine Löcher gebohrt und zwar oben, in der Mitte und unten. Bei den Aufnahmen Nr. 1 und Nr. 2, die zur Ausmessung der Spaltbreite dienten, ergaben die durch diese Löcher gegangenen Strahlen kreisrunde, und bei *A*, *B* und *C*, wegen der Höhe der Strahlenquelle, längliche Bilder. (Aus diesen Bildern, die als Lochphotographien des durch den ersten Spalt begrenzten wirksamen Teiles der Antikathode aufgefaßt werden können, läßt sich schließen, daß dieser Teil nur 2 mm hoch war). Mittels der Teilmaschine wurden die Entfernungen der Mitten dieser Bilder in ein und derselben Anzahl gleicher Teile eingeteilt, sodaß korrespondierende Teilstriche auch entsprechende Stellen von Spalt und Spaltbild andeuten.

Zur Ausmessung von Nr. 1 und Nr. 2 wurde ein Zeißsches Mikroskop (Objektiv *D*, Meßokular 2) benutzt, wobei ein Teilungsintervall $3,6 \mu$ entspricht; zur Ausmessung der Breite des Spaltbildes auf *A*, *B* und *C* wurde als Objektiv das Mikroplanar Ia, 2, als Okular das Kompensationsokular 6 benutzt; ein Teilungsintervall entspricht 55μ ; die Vergrößerung war 27 bei einer Bilddistanz von 25 cm.

Die folgende Tabelle ergibt in der ersten Kolumne die mittels ihrer Nummer angedeuteten Teilstriche; in Kolumne 2 den Mittelwert der aus den Messungen von Nr. 1 und Nr. 2 gefundenen Werte der Breite des zweiten Spaltcs in Mikra; in Kolumne 3 die doppelte Breite des zweiten Spaltcs, vermehrt um die Breite des ersten (15μ) d. h. die theoretische Breite des Bildes ohne Beugung, da die Entfernung von der photographischen Platte bis zum ersten Spalt doppelt so groß war als die Entfernungen zwischen den beiden Spalten; in Kolumne 4, 5 und 6 die gemessene Breite des Spaltbildes bez. auf *A*, *B* und *C* in Teilungsintervallen des Okularmikrometers (1 Teilungsintervall = 55μ); in Kolumne 7 den Mittelwert der gemessenen Breite des Spaltbildes in Mikra (abgerundet).

Nummer des Teil- striches	Breite des zweiten Spaltes	Theor. Breite des Bildes ohne Beugung	Gemessene Breite			Mittel
1	27 μ	69 μ	1,0	1,0	1,0	55 μ
2	22,5	60	0,85	0,85	0,9	50
3	19,5	54	0,75	0,75	0,8	40
4	18	51	0,6	0,7	0,7	40
5	17	49	0,55	0,7	0,7	35
6	16	47	0,45	0,65	0,65	30
7	14	43	0,4	0,6	0,65	30
8	12	39	0,35	0,5	0,6	25
9	9,5	34	0,3	0,4	0,6	25
10	8	31	0,3	0,35	0,5	20
11	6	27	0,4	0,4	0,55	—
11 $\frac{1}{2}$	—	—	0,6	0,45	0,6	—
12	4	23	1	0,45	0,7	—
12 $\frac{1}{2}$	—	—	$\pm 1\frac{1}{2}$	0,8	$\pm 1\frac{1}{2}$	—
13	3,5	22	—	$\pm 1\frac{1}{2}$	—	—

Bei der Beurteilung dieser Zahlen muß man beachten, daß das Bild wegen der Breite des ersten Spaltes nicht scharf begrenzt sein kann, und daß dadurch bei der Ausmessung eine gewisse Unsicherheit bestehen bleibt; so kommt es, daß verschiedene Beobachter oder sogar derselbe Beobachter auf verschiedenen Zeiten einigermaßen abweichende Werte finden. Auf welche Weise aber auch gemessen wurde, immer ergab sich als Resultat — wie die Werte in der Tabelle auch deutlich zeigen —, daß bei dem breiteren Teile des Spaltes die Werte der dritten Kolumne größer sind als die entsprechenden des letzten. Die Zahlen der dritten Kolumne geben die sogenannte theoretische Breite des Bildes an, in der Voraussetzung einerseits, daß die photographische Platte bis zum äußersten Rande des Strahlenbündels angegriffen wurde, und andererseits, daß weder Beugung, Erschütterung, Verschiebung noch photographische Irradiation stattgefunden habe. Hätten die drei letztgenannten Ursachen oder etwa die durch den zweiten Spalt hindurchgegangenen diffundierten Strahlen eine Verbreiterung verursacht, so wäre diese notwendig am stärksten gewesen an den Stellen stärkster Einwirkung, also am weiteren Teile des Spaltes. Da nun aber in diesen Teilen keine Ver-

breiterung beobachtet wird, können die bei allen drei Aufnahmen gefundenen pinselförmigen Verbreiterungen an dem verjüngten Ende des Spaltes, wo eine zwei bis dreimal größere Breite als die theoretische existiert, gewiß nicht jenen Ursachen zugeschrieben werden. Diese Verbreiterungen erscheinen aber gerade so, wie sie als Folge einer Beugung erwartet werden können, sodaß wir, solange eine andere Erklärung fehlt, unsere drei Aufnahmen als ebenso viele Beweise einer *Beugung der Röntgenstrahlen* betrachten müssen.

Von dem wichtigsten Teile von Nr. 1, *A*, *B* und *C* haben wir mittels des Mikroplonars Vergrößerungen angefertigt; auf diesen ist das Sichverbreiten des Spaltbildes, wenn auch nicht so deutlich als es die Originalaufnahmen unter dem Mikroskope zeigen, doch ganz gut zu sehen. Die Schwierigkeit, diese Vergrößerungen gut zu reproduzieren, ist der Grund, weshalb wir sie nicht publizieren; sehr gern werden wir sie aber Interessierenden zuschicken.

Was nun die Frage betrifft, die Größe der Wellenlänge dieser Strahlen zu bestimmen, so stehen dafür verschiedene Wege offen; in keinem Falle aber kann man zu mehr als einer rohen Annäherung kommen, da einerseits die wahre Natur der Röntgenstrahlung unbekannt ist und man deshalb nicht weiß, zu welchem Typus von Beugungsbildern unsere Bilder gehören und es andererseits sehr schwierig ist, die physikalische Bedeutung der ausgemessenen Grenze anzugeben.

Wenn wir also genötigt sind, uns mit der Angabe der Größenordnung zu begnügen, so ist es einerlei, welchen der schon angegebenen Wege¹⁾ wir einschlagen, und ist der einfachste Weg vorzuziehen, z. B. der von uns bei der ersten Mitteilung gewählte, wobei wir die mit v_0 bezeichnete Größe gleich 1,3 setzten in denjenigen Stellen, wo das Spaltbild anfängt breiter zu werden. Bei einfachen periodischen Wellen besteht zwischen dieser Größe, der Wellenlänge, der Breite des Spaltes, den Größen a und b die Beziehung:

$$v_0 = s \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{s^2}{v_0^2} \frac{2(a+b)}{ab}.$$

1) H. Haga u. C. H. Wind, l. c.; C. H. Wind, Wied. Ann. 68. p. 896; 69. p. 327. 1899; Physik. Zeitschr. 2. p. 189, 265 u. 292. 1901; A. Sommerfeld, Physik. Zeitschr. 1. p. 105. 1900; 2. p. 58. 1900; Zeitschr. f. Math. u. Physik 46. p. 11. 1901.

Da bei unseren Versuchen *a* und *b* 75 cm waren, erhalten wir: $\lambda = 0,03 \text{ s}^2$.

Aus obiger Tabelle findet man für den Wert von *s* (die Breite des Spaltes an den Stellen, wo das Bild anfängt breiter zu werden) bei den Aufnahmen *A*, *B*, und *C* bez. 7, 4 und 6 μ . Hieraus erhält man für die Wellenlänge der Röntgenstrahlung, in der Voraussetzung, daß dieselbe eine einfache periodische Wellenbewegung ist:

für die Aufnahme <i>A</i> ,	<i>B</i>	<i>C</i>
$\lambda = 0,16,$	$0,05,$	$0,12 \mu.$

Da nun aber jene Voraussetzung gewiß nicht richtig ist, so müssen wir diese Werte als angenäherte Schätzungen von Wellenlängen betrachten, welche bei den Versuchen in der Energiekurve der Röntgenstrahlen mehr oder weniger ausgeprägt waren.

Weungleich deshalb kein großes Gewicht auf den absoluten Wert der Wellenlänge zu legen ist, so ist doch der Unterschied zwischen den Werten von *B* einerseits, *A* und *C* andererseits höchst wahrscheinlich reell und kann derselbe durch einen Unterschied im Härtegrad der Röhren erklärt werden; wie oben schon bemerkt worden ist, wurde die Aufnahme *B* mit vorwiegend harten Röhren erhalten.

Bemerkung verdient allerdings die Tatsache, daß der aus diesen neuen Versuchen abgeleitete Wert der Wellenlänge von ganz derselben Größenordnung ist, als der, welcher aus unseren vorigen Versuchen abgeleitet wurde.

Wir möchten auch hier noch ausdrücklich erklären, daß wir es immer als das Hauptergebnis unserer Beugungsversuche betrachten, daß dieselben den Nachweis liefern, daß die Röntgenstrahlen einer Beugung fähig sind, und daß man sie deshalb als ein Strahlungsvorgang im Äther aufzufassen hat.

Groningen, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 3. November 1902.)

**6. Eine selbsttätige Sprengelsche
Quecksilberluftpumpe, zugleich Erwiderung an
Hrn. Kahlbaum;
von Wilhelm Donle.**

Im Jahre 1900 habe ich eine selbsttätige Sprengelsche Quecksilberluftpumpe beschrieben ¹⁾, bei welcher ein kontinuierliches Heben des im Fallrohre herabgeflossenen Quecksilbers dadurch erfolgt, daß durch das am Ende des Fallrohres angebrachte Reservoir und durch ein an letzteres angeschmolzenes vertikales Hubrohr ein kräftiger Luftstrom mittels einer Wasserpumpe gesaugt wird. Es wird dann jede aus dem Fallrohr abgeflossene Quecksilbermenge beim Eintritt in das Hubrohr in Tropfen zerrissen, durch den Luftstrom in die Höhe geführt und wieder in das in der Höhe angebrachte Zulaufgefäß geschleudert. In der Folge hat nun Hr. Kahlbaum ²⁾ einen Vergleich zwischen den Leistungen seiner und meiner Luftpumpe, sowie zwischen den von Hrn. Neesen ³⁾ an Pumpen verschiedener und zum Teil eigener Konstruktion ausgeführten Messungen angestellt, welcher die Kahlbaumsche selbsttätige Pumpe als allen übrigen überlegen erkennen läßt. Durch die dankenswerte Veröffentlichung von Hrn. Kahlbaum veranlaßt bin ich nun dahin gelangt, durch nur geringe Abänderungen jedoch ohne Änderung der Einfachheit der Anordnung, die Leistungen meiner Quecksilberluftpumpe so weit zu steigern, daß sie die Kahlbaumsche in Bezug auf Raschheit des Evakuierens fast vollkommen erreicht, in Bezug auf geringen Quecksilberbedarf aber, wie auch schon in der ursprünglichen Ausführung, wesentlich übertrifft.

Ich möchte mir nun im folgenden zunächst erlauben, eine Beschreibung der Anordnung und Wirkung der Luftpumpe

1) W. Donle, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 78. 1900.

2) Georg W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 6. p. 590—602. 1901.

3) F. Neesen, Zeitschr. f. Instrumentenk. 15. p. 273. 1895; 19. p. 149. 1899.

in ihrer gegenwärtigen Ausführung¹⁾ zu geben und dann auf die Bemerkungen des Hrn. Kahlbaum etwas näher einzugehen.

I. Beschreibung der selbsttätigen Sprengelpumpe.

An einem vertikalen Eichenholzbrett von 140 cm Höhe und 40 cm Breite (vgl. Fig. 1) ist zunächst der Sprengelsche

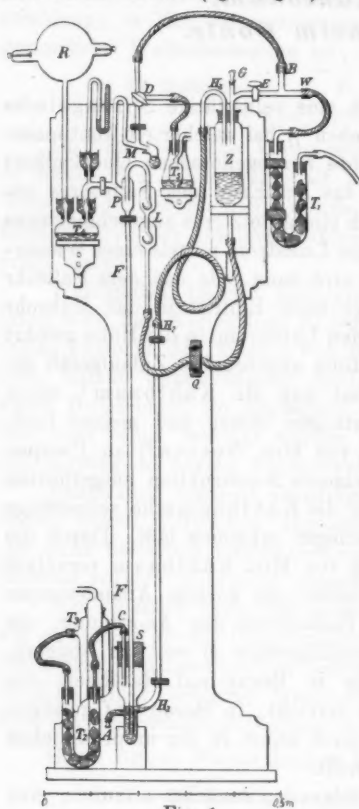


Fig. 1.

Pumpenkörper *P* nebst einem 110 cm langen Fallrohr *F* befestigt. Das Quecksilber wird demselben aus dem an einem verstellbaren Schlitten angebrachten Zulaufgefäß *Z* durch einen mit Quetschhahn *Q* versehenen Gummischlauch zugeführt. Vor Eintritt in den Pumpenkörper *P* durchläuft das Quecksilber zwei übereinander befindliche kleine Luftfallen *L*, welche allenfalls mitgenommene Luft zurückhalten. Das Zulaufgefäß *Z* ist mit einem doppelt durchbohrten Kautschukstopfen geschlossen, welcher von einem zum Hubrohr *H*₁ *H*₂ *H*₃ gehörigen η -förmigen Glasrohr *H*₃ und einem γ -Rohr mit Einweghahn *E* durchsetzt wird. Das Einfüllen des Quecksilbers in das Zulaufgefäß *Z* geschieht durch den mit

1) Die Luftpumpe, welche unter Nr. 130575 E. 3693⁴² 1./3. 1900 unter Gebrauchsmusterschutz steht, verfertigt R. Ebermayer, Präzisions-Glasinstrumentenfabrikant in München, Schillerstraße 28, zum Preise von 90 Mk. mit abgekürztem Barometer; zum Preise von 110 Mk. mit Mc. Leodischem Manometer anstatt des abgekürzten Barometers.

einem kleinen Gummistopfen verschließbaren Ansatz G des \perp -Rohres. Das Rohr W des \perp -Rohres wird unter Zwischenschaltung einer Chlorcalciumröhre T_1 mit einer Wasserstrahlpumpe, das Rohr B mittels Luftpumpenschlauches mit dem Dreiweghahn D verbunden. Bei geschlossenem Hahn E und geeigneter Stellung des Dreiweghahnes D (Hahngriff vertikal, Marke links) kann durch diese Anordnung ein Vorpumpen des Rezipienten R mit der Wasserstrahlpumpe ausgeführt werden.

An dem unten befindlichen Sammelgefäß S , welches das im Fallrohr F herabgefallene Quecksilber aufnimmt, ist einerseits das mit Gummistopfen verschlossene Ablaufrohr A , andererseits, etwa 1 cm höher, das vertikale Hubrohr $H_1 H_2 H_3$ angesetzt. Das letztere besteht bis H_2 aus Glas, von da bis H_3 aus einem Luftpumpenschlauch von 3—4 mm Lichtweite. Das Ablaufrohr A hat den Zweck, bei *nicht selbsttätigem* Betrieb der Luftpumpe das im Fallrohr herabgefllossene Quecksilber in ein untergestelltes Gefäß austreten zu lassen, damit man das Quecksilber im Zulaufgefäß wieder ergänzen kann. Bei Verwendung als *selbsttätige* Pumpe bleibt das Ablaufrohr A durch einen kleinen Gummistopfen beständig gut verschlossen. In das Sammelgefäß ist ferner ein zweifach durchbohrter Gummistopfen luftdicht eingesetzt, durch welchen das Fallrohr und das kurze Glasröhrchen C hindurchgehen. Letzteres dient zum erstmaligen Einfüllen von Quecksilber in das Sammelgefäß S , bleibt dann aber durch Gummischlauch mit einem Chlorcalciumrohr T_2 und einem darauffolgenden Schwefelsäuretrockengefäß T_3 verbunden, damit die Wasserstrahlpumpe nur gut getrocknete Luft durch das Sammelgefäß S und das Hubrohr $H_1 H_2 H_3$ nach dem Zulaufgefäß Z saugt.

An dem von der Sprengelpumpe P zum Rezipienten R führenden Rohr ist mittels Schliffes und Quecksilberdichtung ein abgekürztes Barometer, eventuell ein Mc. Leodsches Manometer, welches auf der Rückseite des Eichenholzbrettes befestigt wird, sowie bei T_4 ein nach abwärts leicht abnehmbares Trockengefäß für wasserfreie Phosphorsäure angebracht. Der eine Schliffansatz dieses Trockengefäßes T_4 ist so weit, daß man die Phosphorsäure bequem mit einem gewöhnlichen Glastrichter einfüllen kann. Auf dem zweiten Schliff des Trockengefäßes T_4 sitzt das Verbindungsrohr zum Rezipienten R .

Beide Schiffe sind von Bechern für eine Quecksilberdichtung umgeben. Das Trockengefäß T_4 ist außerdem durch ein kleines verstellbares Tischchen unterstützt.

Über dem Pumpenkörper P befindet sich noch ein U-förmiger Manometerabschluß M und ein Dreiweghahn D . Dieser Hahn ermöglicht

1. durch Stellung unter 45° (Marke nach links abwärts) einen luftdichten Abschluß der zur Wasserstrahlpumpe führenden Schlauchleitungen gegen den Manometerabschluß M hin,

2. eine Verbindung der Sprengelpumpe mit Rohransatz B und dadurch mit der Wasserstrahlpumpe (Hahngriff vertikal, Marke links), um mit der letzteren den Rezipienten R vor-

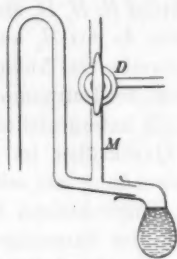


Fig. 2a.

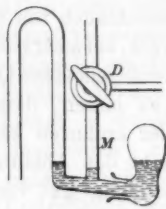


Fig. 2b.

pumpen zu können,

3. eine Verbindung der Sprengelpumpe und des Rezipienten mit dem auf einem kleinen Tischchen stehenden Schwefelsäure-trockengefäß T_5 (Hahngriff horizontal, Marke unten) zum Wiedereinlassen trockener Luft.

Der Manometerabschluß M (vgl. Fig. 1 M und Fig. 2a, b) besteht aus einem U-Rohr, dessen schräg nach abwärts laufendes Querrohr mit einem Schliff versehen ist. Auf diesem letzteren sitzt ein kleines, winklig gebogenes, mit einigen Kubikzentimetern Quecksilber gefülltes Kölbchen. Hat man mit der Wasserstrahlpumpe bei der oben angeführten Stellung 2. des Dreiweghahnes D (Hahngriff vertikal, Marke links) und bei nach abwärts gerichtetem Kölbchen (Fig. 2a) soweit wie möglich vorgepumpt, so stellt man den Dreiweghahn D in die Lage 1. unter 45° (Marke nach links abwärts) und dreht das Kölbchen in die Höhe (Fig. 2b). Dadurch füllt sich die Biegung

des U-Rohres mit Quecksilber und schließt die Sprengelpumpe vollkommen luft- und quecksilberdicht gegen den Dreiweghahn *D* hin ab. Diese Anordnung des Manometerabschlusses *M* gestattet die Wasserstrahlpumpe beim Vorpumpen bis zu ihrer vollen Leistung auszunützen, was bei der früheren Ausführung nicht möglich war. Einen nicht völlig luftdichten Schluß des Dreiweghahnes *D*, was wegen des geringen Abstandes der Bohrungen zuweilen vorkommt, erkennt man nach dem Heraufdrehen des Kölbchens sofort an der Bewegung des Quecksilbers im unteren Teil des U-Rohres. Man hat dann nach vorhergängiger Füllung der Sprengelpumpe mit trockener Luft den Dreiweghahn *D* herauszunehmen und durch frisches Einfetten zu dichten. Vor dem Wiedereinlassen von trockener Luft in die Sprengelpumpe hat man das Kölbchen des Manometerabschlusses wieder nach abwärts (Fig. 2a) zu drehen, damit das in der Biegung des U-Rohres befindliche Quecksilber in das Kölbchen zurückläuft. Dann erst läßt man durch Stellung 3. des Dreiweghahnes *D* (Hahngriff horizontal, Marke unten) trockene Luft eintreten.

II. Füllen der Luftpumpe mit Quecksilber (1—1¼ kg).

Man entfernt den Verbindungsschlauch des Chlorcalcium-rohres *T*₂ mit dem Sammelgefäß *S* bei Rohr *C* und gießt mit einem spitz ausgezogenen Trichter trockenes Quecksilber in das Sammelgefäß *S* bis zur Einmündung des Hubrohres *H*₁ *H*₂. Der Stopfen des Ablaufrohres *A* bleibt beim Betrieb als selbsttätige Pumpe dauernd fest eingesetzt. Nach dem Einfüllen von Quecksilber in das Sammelgefäß bis zur angegebenen Höhe wird der Schlauch bei *C* wieder aufgeschoben. Der größere Rest der oben angegebenen Quecksilbermenge wird nach Entfernung des kleinen Gummistopfens bei *G* in das Zulaufgefäß *Z* eingegossen, welches am besten so tief gestellt wird, daß das Quecksilber nach Durchtritt durch den Quetschhahn *Q* bis an die untere Luftfalle heranreicht. Es werden dann nämlich beim Vorpumpen mit der Wasserstrahlpumpe auch die Luftfallen evakuiert, was von Vorteil ist. Hierauf verschließt man das Rohr *G* wieder durch den kleinen Gummistopfen. Einige Kubikzentimeter Quecksilber werden schließlich in das Kölbchen des Manometerabschlusses *M* (Fig. 2) gefüllt und das Kölb-

chen mittels seines Schliffes in der Stellung Fig. 2a angesetzt. Damit ist die Pumpe dauernd mit Quecksilber beschickt.

III. Maßnahmen zum Betrieb als selbsttätige Pumpe.

a) *Hahnstellungen vor Ingangsetzen der Wasserstrahlpumpe: Schließen des Quetschhahnes Q sowie des Einweghahnes E beim Zulaufgefäß; Drehen des Dreiweghahnes D am Manometerabschluß in die Stellung 2. (Hahngriff vertikal, Marke links -). Das Kőlbchen des Manometerabschlusses hängt nach abwärts (Fig. 2a).*

Durch vorstehende Operationen kommt die Sprengelpumpe und der Rezipient R mit der Wasserstrahlpumpe zum Zweck des Vorpumpens in Verbindung. Zweckmäßig ist zur Erzielung eines guten Schließens des Dreiweghahnes D, denselben stets im gleichen Sinne, am besten links herum zu, drehen.

b) *Ingangsetzen der Wasserstrahlpumpe und Absaugen der Luft aus der Sprengelpumpe und dem angeschlossenen Rezipienten, soweit dies die Wasserstrahlpumpe gestattet.*

c) *Hahnstellungen nach genügendem Vorpumpen mit der Wasserstrahlpumpe, welche weiter arbeitet: Drehen des Dreiweghahnes in die 45°-Stellung 1. (Marke nach links abwärts); Heraufdrehen des Kőlbchens des Manometerabschlusses in die Lage (Fig. 2b).*

Die Sprengelpumpe ist nunmehr gegen die Wasserstrahlpumpe luft- und quecksilberdicht abgesperrt; man achte nach dem Heraufdrehen des Kőlbchens auf das gute Schließen des Dreiweghahnes D (vgl. p. 316 u. 317 bei Manometerabschluß).

d) *Öffnen des Einweghahnes E.*

Die Wasserstrahlpumpe saugt nun trockene Luft durch das Sammelgefäß S, das Hubrohr $H_1 H_2 H_3$, und weiter durch das Zulaufgefäß Z, E und W.

e) *Öffnen des Quetschhahnes Q bis zur Erzielung eines gleichmäßigen Zuströmens des Quecksilbers zum Fallrohr und Emporhebens zum Zulaufgefäß. Von nun an arbeitet die Pumpe selbsttätig.*

Der Zulauf des Quecksilbers ist durch allmähliches Öffnen des Quetschhahnes Q am besten so zu regulieren, daß das Quecksilber in ununterbrochenem und gleichmäßigem, aus Tropfen bestehendem Strahle nach dem Zulaufgefäß geschleudert wird. Läßt man das Quecksilber zu langsam zum Fallrohr zufließen, so wird die Leistungsfähigkeit der Pumpe nicht voll ausgenutzt.

Erfolgt der Zufluß des Quecksilbers zu rasch, so treten wegen der größeren Hubarbeit, welche die angesaugte Luft zu leisten hat, größere Druckschwankungen im Zulaufgefäß und damit in der Folge ein intermittierendes Zufießen des Quecksilbers zum Sprengelschen Pumpenkörper ein. Auch dann ist die Leistung der Pumpe eine ungünstigere. Die Druckverminderung, welche bei ununterbrochenem und gleichmäßigem Heben des Quecksilbers in der Saugleitung der Wasserstrahlpumpe hervorgerufen wird, beträgt nach Messungen an einem in die Saugleitung eingeschalteten Quecksilbermanometer gegenüber dem Atmosphärendruck (710—725 mm) am besten 500—550 mm. Es herrscht also in der Saugleitung ein Druck von 160—225 mm, sodaß eine Wasserstrahlpumpe, welche eine Luftverdünnung bis auf $\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{6}$ Atmosphärendruck herzustellen gestattet, zum selbsttätigen Betrieb der Pumpe mehr als ausreichend ist, wenn die Wasserstrahlpumpe nur genügend rasch saugt und gleichmäßig arbeitet. *Es ist dann eine Beaufsichtigung der Pumpe vollkommen unnötig* und habe ich dieselbe oft stundenlang ohne Kontrolle und ohne daß eine Störung eingetreten wäre, arbeiten lassen.

IV. Abstellen der Pumpe.

Zuerst Schließen des Quetschhahnes, sodaß der Quecksilberzufluß sicher aufhört; hierauf Abstellen der Wasserluftpumpe.

V. Allenfallsiges Fortsetzen des Evakuierens.

Zuerst Ingangsetzen der Wasserstrahlpumpe; hierauf Öffnen des Quetschhahnes, wie unter IIIe) angegeben.

VI. Wiedereinlassen trockener Luft nach dem Abstellen der Pumpe.

Zuerst Abstellen der Pumpe nach IV.; hierauf Drehen des Kőlbchens am Manometerabschluß nach abwärts (Fig. 2a); sodann Drehen des Dreiveghahnes D links herum in die Horizontalstellung (Hahngriff horizontal, Marke unten T).

Nach Ausführung vorgenannter Operationen tritt Luft durch das Trockengefäß T_s in die Pumpe. Versäumt man das Herabdrehen des Kőlbchens am Manometerabschluß, so wird das in demselben befindliche Quecksilber teilweise in die Pumpe geschleudert und es ist nachher ein Auffüllen des Kőlbchens notwendig.

VII. Benutzung als nicht selbsttätige Pumpe.

Soll die Pumpe nicht selbsttätig arbeiten, so ist nach Absperrern des Dreiweghahnes *D* unter 45° und Heraufdrehen des Kőlbchens am Manometerabschluß das Zulaufgefäß *Z* mittels des verschiebbaren Schlittens soweit zu heben, daß nach Öffnen des Quetschhahnes *Q* das Quecksilber in das Fallrohr einläuft. Das Ablaufrohr *A*, welches bei selbsttätigem Arbeiten stets geschlossen bleibt, ist numehr zu öffnen, unter dasselbe ein Gefäß zur Aufnahme des im Fallrohre herabgeflossenen Quecksilbers zu stellen und das Quecksilber von Zeit zu Zeit bei *G* wieder in das Zulaufgefäß einzugießen. Natürlich ist in diesem Falle eine größere Quecksilbermenge als die vorhin angegebene von $1-1\frac{1}{4}$ kg vorteilhaft, um das Zugießen in das Gefäß *Z* nicht allzu häufig ausführen zu müssen.

VIII. Leistungsfähigkeit der selbsttätigen Pumpe.

Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit der vorbeschriebenen Sprengelpumpe möchte ich anführen, und damit komme ich zugleich zur Beantwortung der Bemerkungen des Hrn. Kahlbaum¹⁾, daß eine birnförmige Vakuumröhre mit einer großen als Kathode benützten und einer kleineren Elektrode von reichlich 450 cm Rauminhalt sicher in 15 Min. auf das Vakuum der Röntgenröhren gebracht, in weiteren 3—5 Min. soweit entleert wurde, daß die Funkenentladung eine Ruhmkorffschen Induktoriums von 10 cm Schlagweite kontinuierlich und intensiv bei einer parallel zur Röhre geschalteten Funkenstrecke von 7 cm Länge übergang. Die Röhre zeigte dann nur mehr schwaches und unstet flackerndes Fluoreszenzlicht. Das Induktorium war betrieben mit einer Batterie von 5 Akkumulatorzellen. Die Luftfunkenstrecke war, wie es auch bei Röntgenröhren zu geschehen pflegt, kleiner als die Schlagweite des Induktoriums gewählt worden, um die Röhre nicht einem Durchschlagen auszusetzen. Eine zweite, mittlerweile verkaufte Luftpumpe, welche, wie künftig immer geschehen soll, mit zwei Luftfallen versehen war, und mir vom Verfertiger zur Probe zur Verfügung gestellt wurde, lieferte mit der gleichen Röhre wiederholt die fast gleiche Leistung, nur wurde das Röntgenvakuum durchschnittlich schon in 14 Min. erreicht.

1) G. W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 6. p. 590—602. 1901.

Eine große Röntgenröhre von der üblichen Kugelgestalt und mit Antikathode und mit einem *Rauminhalt von 1200 ccm* wurde mit beiden Pumpen sicher *in 30 Min. auf Röntgenvakuum*, in höchstens weiteren 5 Min. wieder so weit entleert, daß die nach Erzielung des Röntgenvakuums an der parallelen Funkenstrecke mit zunehmender Stärke auftretende Glimmentladung in eine kontinuierliche und lebhafte Funkenentladung übergegangen war, wobei die Röhre selbst nur mehr schwach und flackernd fluoreszierte.

Vergleicht man die nunmehrigen Leistungen der Pumpe mit der früheren¹⁾, daß eine Röhre von 250 ccm Rauminhalt in 2 Stunden auf Röntgenvakuum gebracht wurde, so ist die ganz auffällige Verbesserung unverkennbar und lediglich durch geeignete Rohrweiten und richtiges Abstimmen²⁾ des Zuflusses und Ablaufes des Quecksilbers erzielt worden. Nunmehr ist aber auch die Leistung der Kahlbaumschen selbsttätigen Pumpen fast völlig erreicht, mit welchen nach Angabe des Hrn. Kahlbaum³⁾ 500 ccm in 15 Min. auf 0,000165 mm Druck, in 30 Min. auf 0,000069 mm evakuiert werden können. Das Auftreten von Kathodenstrahlen und damit der Röntgenstrahlen beginnt nach Riecke⁴⁾ bei einem Druck von weniger als 0,001 mm, während bei einem Druck von 0,00001 mm ein Durchgang einer elektrischen Entladung durch das Vakuum nicht mehr stattfindet. Es dürfte also, da genaue Druckangaben über das Röntgenvakuum meines Wissens nicht vorliegen, die erste von Hrn. Kahlbaum angegebene Zahl einem guten Röntgenvakuum entsprechen. Nach den Ausführungen des Hrn. Neesen⁵⁾ ist ein Röntgenvakuum erreicht, wenn das weiße positive Licht in der Vakuumröhre vollständig verschwunden ist. Nach meinen Erfahrungen ist aber dann stets noch der Weg der Kathodenstrahlen durch einen, wenn auch sehr dünnen, diffus blauen Lichtkegel gekennzeichnet. Bei

1) W. Donle, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 81. 1900.

2) Vgl. G. W. A. Kahlbaum, l. c. p. 593 u. p. 600.

3) G. W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 8. p. 467. 1802.

4) E. Riecke, Lehrbuch der Experimentalphysik 2. p. 275 und p. 277. 1896.

5) F. Neesen, Ann. d. Phys. 7. p. 696. 1902.

guten Röntgenröhren darf aber dieser blaue Kathodenstrahlenkegel nicht mehr zu beobachten sein. Ich verstehe daher unter einem Röntgenvakuum ein solches, bei welchem auch der letzte Rest des blauen Kathodenstrahlenbündels, welcher sich ziemlich hartnäckig an der Kathode hält, völlig verschwunden ist. Da ein Mc Leodsches Manometer an meiner Sprengelpumpe nicht angebracht ist, ich vielmehr, um über deren Leistungen bei höheren Drucken orientiert zu werden, ein abgekürztes Barometer anbringen ließ, so benutzte ich die Leuchterscheinungen in der Vakuumröhre zur Orientierung über den erzielten Verdünnungsgrad.

Alle Versuche wurden in der Weise ausgeführt, daß während der ganzen Dauer des Auspendens die Funkenentladung durch die Röhre geschickt wurde. Erfahrungsgemäß werden dadurch beträchtliche Luftmengen nicht nur von den Gefäßwänden, sondern auch aus den Elektroden losgelöst. Es gestaltet sich so das Erreichen eines bestimmten Vakuums wegen der größeren zu fördernden Luftmenge ungünstiger, als wenn man keine Entladung durch die Röhre hindurchgehen läßt. Die Druckmessungen am abgekürzten Barometer bez. die Notierungen des erzielten Verdünnungsgrades nach dem Aussehen der Leuchterscheinung wurden in der Regel von 5 zu 5 Min. ausgeführt, da genaue Zeitangaben für den Eintritt eines bestimmten Leuchtphänomens, wie auch Hr. Kahlbaum¹⁾ bemerkt, zu unsicher sind. Außerdem blieb die Röhre nach einem Versuch, bis zu Atmosphärendruck wieder mit trockener Luft gefüllt, mindestens 1 Tag bis zum nächsten Auspenden stehen, sodaß von den Gefäßwänden und Elektroden wieder eine Adsorption von Luft stattfinden, ein unmittelbar vorhergegangenes Leerpumpen also die Versuchsdauer nicht günstiger gestalten konnte. Es waren somit alle Maßnahmen getroffen, um die Evakuierungszeiten für die Pumpe nicht von vornherein günstig zu beeinflussen, wie dies z. B. von Hrn. Neesen²⁾ dadurch geschehen ist, daß er eine Ölpumpe, welche ja mindestens bis 0,5 mm Druck evakuieren sollen, zum Vorpumpen benutzte.

1) G. W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 8. p. 467. 1902.

2) F. Neesen, l. c. p. 695.

Ich verwendete, wie schon früher und wie dies auch Hr. Kahlbaum tut, zum Vorpumpen ausschließlich die Wasserstrahlpumpe, welche auch das Heben des Quecksilbers zu besorgen hatte. Nur kann bei der jetzigen Anordnung des Manometerabschlusses (vgl. Fig. 2) die Wasserstrahlpumpe bis zu ihrer vollen Leistung (12—14 mm Druck) ausgenützt werden, während früher nur 20—25 mm Anfangsdruck in der Sprengelpumpe und im Rezipienten erreicht werden konnten. Nach Erreichung des Druckminimums von 12—14 mm mit der Wasserstrahlpumpe wurde der Quetschhahn der Sprengelpumpe geöffnet und von diesem Moment an die Versuchszeiten gezählt.

Die Verbesserung der Leistung meiner Sprengelpumpe beruhte in der Hauptsache auf der Ermöglichung einer größeren Zulauf- und Hubgeschwindigkeit des Quecksilbers und darauf, daß nicht nur, wie Hr. Kahlbaum durch Versuche¹⁾ festgestellt hat, alle zum Rezipienten führenden Röhren mit mindestens 6 mm Durchmesser genommen, sondern auch Fall- und Hubrohr weiter gewählt wurden wie früher. Es ist ohne weiteres klar, daß bei größerer Fallrohrweite die Luftförderung eine günstigere wird. Es macht sich dies besonders für die größeren Drucke bis herab zu 0,5 mm geltend, wo bei möglichst gleicher Zulauf- und Förderungsgeschwindigkeit des Quecksilbers die größte Fallrohrweite auch die kleinste Evakuierungszeit liefert, wie aus nachstehender Tabelle unmittelbar ersichtlich ist.

Röhre cm	Fallrohr Durchmesser in mm	Evakuierungs- zeit für 0,5 mm Druck	Röntgen- vakuum in Min.	Kontinuierliche Außen- entladung in Min.
450	2	25—30	45—50	55—60
	2,5	13—14	22—24	27—30
	3	6—7	14—15	17—20
	4	4—5	19—22	25—30
1200	2,5	25—27	50—55	60—65
	3	12—15	27—30	32—35

1) G. W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 6. p. 600. 1901.

Für Erzielung höherer Verdünnungen ergibt sich also die Fallrohrweite von 4 mm schon ungünstiger wie diejenige von 3 mm, wenn man nicht, wie es bei Hrn. Kahlbaum offenbar der Fall ist, die Zulaufgeschwindigkeit des Quecksilbers sehr groß macht, was wieder große Quecksilbermengen erfordert. Denn nur durch diese Bedingungen kann man bei großer Fallrohrweite, welche bei der Kahlbaumschen Pumpe mindestens 4 mm zu sein scheint, dem Übelstand begegnen, daß die bei hohen Verdünnungen nur mehr kleinen Luftblasen im Fallrohr wieder in die Höhe gehen, anstatt nach abwärts befördert zu werden. Da aber große Quecksilbermengen nicht nur den Anschaffungspreis einer Pumpe wesentlich erhöhen, sondern auch ihre Transportfähigkeit beträchtlich vermindern, so bin ich bei einer Fallrohrweite von 3 mm stehen geblieben. Infolgedessen hat zwar die Kahlbaumsche Pumpe bei Drucken über 0,5 mm den Vorrang, die anfänglich notwendige größere Evakuierungsdauer gleicht sich aber nachher wieder aus, wie die obige Tabelle und die von Hrn. Kahlbaum mitgeteilten Zahlen erkennen lassen. Dabei ist wegen des geringen Quecksilberbedarfes von nur 1 bis 1,25 kg — gegenüber 10 kg bei Kahlbaum¹⁾ — die Pumpe leicht transportabel und kann bequem von einem Mann überall hingetragen werden, was bei der Kahlbaumschen Pumpe auch wegen ihres umfangreicheren Aufbaues kaum der Fall ist.

Im übrigen kann ich mich den von Hrn. Kahlbaum mitgeteilten Erfahrungen²⁾ in Bezug auf möglichst vollkommenes Trocknen der Pumpe und des Quecksilbers, hinsichtlich der Notwendigkeit des Quecksilberzuflusses direkt von oben und eines richtigen Abstimmens von Zu- und Ab- lauf, sowie endlich hinsichtlich der Überlegenheit der Sprengel- pumpen und deren Vorteile gegenüber den Barometerpumpen voll anschließen. Ich möchte schließlich nicht versäumen,

1) G. W. A. Kahlbaum, Wied. Ann. 53. p. 199—208, hier p. 208. 1894.

2) G. W. A. Kahlbaum, Ann. d. Phys. 6. p. 590 ff. 1901.

zu erwähnen, daß mir die dankenswerten Mitteilungen des Hrn. Kahlbaum über seine langjährigen Erfahrungen mit Sprengelpumpen vielfach von Nutzen gewesen sind, und können dieselben auch allen denen angelegentlichst zur Beachtung empfohlen werden, welche mit Sprengelpumpen zu arbeiten haben.

München, Physikalisches Kabinett d. kgl. bayr. Militär-Bildungs-Anstalten, Oktober 1902.

(Eingegangen 4. November 1902.)

**7. Einige Versuche über Magnetisierung durch
schnelle Schwingungen;
von Ferdinand Braun.**

1. Die Versuche, welche ich im folgenden mitteile, sind bereits im Dezember vorigen Jahres (1901) entstanden, und zwar im Anschluß an solche, welche Hr. Brandes im hiesigen Institut auf meine Veranlassung anstellte. Ausgehend von der Rutherfordschen Beobachtung¹⁾, wonach maximal magnetisierte feine Stahladeln durch elektrische Wellen, welche man um oder durch die Adeln leitet, teilweise entmagnetisiert werden, sollte versucht werden, ob man nicht die dabei freiwerdende magnetische Energie in nützlicher Weise zur stärkeren Erregung eines Kohärrers benutzen könne, ähnlich wie es Marconi — wahrscheinlich ungefähr gleichzeitig — durch Benutzung der Hysteresis gemacht hat.²⁾ Indem die permanente Magnetisierung sehr rasch verschwindet, mußte sie von einer starken zeitlichen Änderung der Kraftlinienzahl und einer dementsprechend großen — in einer Spule — induzierten elektromotorischen Kraft begleitet sein. Bei diesen Versuchen zeigte sich, daß auch der temporäre Magnetismus der feinen Stahladeln (Unruhfedern 0,025 mm dick, 0,15 mm breit) in einer, wenn auch bekannten, so doch mir auffallenden Weise den Schwingungen (von einigen Millionen pro Sekunde) folgte. Auch die Verluste durch Foucaultströme in den zwar sehr feinen und gut voneinander isolierten Drähtchen schienen mir geringer, als ich erwartet hatte, insbesondere nach den Beobachtungen von Birkeland³⁾, welcher eine außerordentlich starke Absorption der Schwingungen in Gemengen von feinem Eisenpulver mit Paraffin (5 bis 50 Volumprozent) fand. Er sagt, „alle elektromagnetische Energie sammelte sich in dem

1) E. Rutherford, Phil. Trans. 189. p. 1—24. 1897.

2) G. Marconi, Proc. Roy. Soc. 70. p. 341. 1902. Vgl. übrigens genau dieselben Methoden bei E. Wilson aus dem Jahre 1897; Electrician 49. p. 917. 1902.

3) M. Birkeland, Compt. rend. 118. p. 1324. 1894.

betreffenden Materiale an und der andere Raum werde daher so von Energie befreit, wie die Luft von Wasserdampf in Gegenwart eines stark absorbierenden Mittels. Diese Absorption rühre wahrscheinlich von der Hysteresis der Zylinder und der Entwicklung Joulescher Wärme her.“

2. Ich selber wagte im Anfang nur ganz dünne Schichten von fein verteiltem Eisen (z. B. den einige Millimeter dicken Hohlraum zwischen zwei koachsialen Glaszylindern) zu verwenden, fand dabei auch einige Wirkung, überzeugte mich aber bald, daß dieselbe zunahm mit der Menge des verwendeten Eisens, z. B. stieg, wenn man den leeren Hohlraum immer mehr mit Probirröhrchen ausfüllte, welche mit Eisenpulver gefüllt waren.

Für die von mir benutzten Schwingungen (ca. 5 Millionen pro Sekunde) habe ich mit gleich gutem Erfolge das offizielle — offenbar mechanisch hergestellte — Pulvis ferri verwendet, wie das feinere, aber wesentlich teurere hydrogenio reductum. Dagegen zeigte die von mir selbst durch Sieben hergestellte feinste Eisenfeile fast keine Wirkung mehr. Dieses aus dem gewöhnlichen Material ausgesiebte Pulver war schon zu grob. Das Pulver wird zweckmäßig mit einem isolierenden Material, z. B. Vaselineöl verrieben; doch ist dies für die meisten Zwecke gar nicht nötig. Das trockene Material isoliert gegen die entstehende elektromotorische Kraft der Foucaultströme schon ebensogut.

3. Als Beispiel der Wirksamkeit sei ein Versuch angeführt. Die beiden Leydener Flaschen C_1 und C_2 (Fig. 1) von je 1800 cm Kapazität entladen sich durch die Primärspule P_1 ; sie hat vier Windungen Kautschuk-isolierten Draht von 9,5 cm mittlerem Durchmesser und ist umgeben von acht Windungen ebensolchen Drahtes von 13 cm Durchmesser, welche die Sekundärspule P_2 darstellen. In letztere ist entweder ein Rießsches Thermometer Th oder ein Funkenmikrometer eingeschaltet.

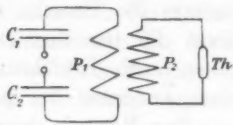


Fig. 1.

Das Thermometer zeige in dieser Schaltung 14 cm Ausschlag. Wird nun in die Primärspule ein Becherglas mit dem erwähnten Eisenpulver eingesenkt, so steigt der Ausschlag auf 20 bis 22 cm, also um ca. 50 Proz. Ein Funkenmikrometer,

welches vorher 9 mm gab, läßt sich auf 12 mm ausziehen. Das Gewicht des Eisenpulvers beträgt dabei etwa 1 kg.

4. Diese Tatsache, welche sich in vielen weiteren Versuchen bestätigt, könnte daraus erklärt werden, daß sich in allen diesen Fällen die Schwingungszahl des Primärkreises durch das eingeführte Metall verändert und vielleicht zu Gunsten eines besseren Energieumsatzes verschoben habe. Diese mögliche Auffassung wird durch den folgenden Versuch

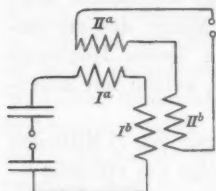


Fig. 2.

widerlegt (Fig. 2). In den Primärkreis sind zwei gleiche Spulen I^a und I^b gelegt; jede derselben ist umgeben von je einer Spule II^a und II^b , welche einander gleich sind. Die Maße sind: jede Primärspule hat vier Windungen von 6,5 cm mittlerem Durchmesser, gebildet aus etwa 2,5 mm dicker Kupferader; jede Sekundärspule 16 Windungen von etwa

8,2 cm mittlerem Durchmesser. Die Sekundärspulen werden gegeneinander geschaltet und ihre Enden zu einem Rießschen Thermometer oder einer Funkenstrecke geführt.

Nach den angegebenen Abmessungen ist der Strom im Primärkreis unzweifelhaft quasistationär. Ändert sich also durch Einschieben des Eisens in *einer* Primärspule die Stromstärke, so erfolgt dieselbe Änderung auch in der anderen, d. h. das Verhältnis des Energieumsatzes muß in beiden Transformatoren das gleiche bleiben, wenn die Änderung des Primärstromes die Ursache ist; heben sich also ohne eingeführtes Eisen die transformierten Ströme auf, so müßte das gleiche gelten nach Einführung des Eisens, wäre die Wirkung aus einer Änderung der primären Schwingungsdauer zu erklären.

Der Versuch dagegen zeigt:

a) *Thermometerwirkung.* Die Sekundärspulen mit Luft als Diamagnetikum geben gegeneinander geschaltet nahezu den Ausschlag Null (hintereinander 11 cm); wird in die eine ein Becherglas mit etwa einem halben Kilogramm Eisenpulver gebracht, so zeigt das Thermometer 1,7 cm.

b) *Funkenwirkung.* Ohne Eisen ein *sehr dünner* Funke von etwa 2—2,5 mm. Wird Eisen in die eine Spule gebracht, so wird der Funke *sehr intensiv* und kann bis auf 9 mm verlängert werden.

5. Das Eisenpulver gestattet, wie nach seiner auch für diese Schwingungen noch unzweifelhaft merklich der Luft überlegenen Permeabilität zu erwarten ist, den magnetischen Kräften mehr oder weniger scharfe Bahnen vorzuschreiben, ähnlich, wenn auch voraussichtlich nicht in dem Maße wie das Eisen für stationären oder langsam variierenden Wechselstrom. Am einfachsten zeigt dies der folgende Versuch (Fig. 3):

Koachsial über der 12 cm langen Primärspule I (16 Windungen) befindet sich in einigem Abstand eine gleiche Sekundärspule II; jede im Lichten etwas über 7 cm weit. Eine unten geschlossene, 4 cm weite Glasröhre ist bis zu 12 cm (also so hoch, wie eine Spule lang ist) mit Eisenpulver gefüllt. Diese Röhre wird so in die Spulen eingetaucht, daß die Eisenmasse sich ganz in der unteren Spule befindet und die Funkenstrecke F_s so reguliert, daß keine Funken mehr übergehen. Hebt man dann das Glasrohr, sodaß die Eisenmasse teils in die untere, teils in die obere Spule eintaucht, so treten wieder kräftige Funken auf, welche verschwinden, sobald bei weiterem Herausziehen das Eisen nur noch die obere Spule erfüllt. *Es leitet also das Eisen bei der mittleren Lage die Kraftlinien aus der unteren in die obere Spule.*

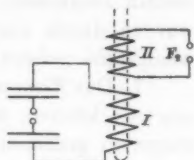


Fig. 3.

6. Eine im Eisenpulver vorhandene permanente Magnetisierung wird durch Schwingungen zerstört. Dies zeigt der folgende Versuch. Man bringt die Röhre mit Eisenpulver vorher in eine Magnetisierungsspule. Schickt man durch diese einen kräftigen konstanten Strom, so richtet sich das Eisen zu Strähnen, welche auch nach Öffnen des Stromes teilweise als tannenähnliche, gegen Erschütterungen sehr wenig empfindliche, etwa Zentimeter lange Nadeln aus der oberen Fläche der (mit Vasselinöl bedeckten) Eisenmasse heraussehen. Wird dieses remanent magnetisierte Eisen in die Primärspule des Flaschenkreises eingesenkt, so fallen, sobald eine Entladung durch die Spule hindurchgeht, die Nadeln sofort zusammen. Das Eisen wird durch die alternierende gedämpfte Entladung (im allgemeinen bis nahezu auf Null) entmagnetisiert. Dabei wird offenbar die im Eisen noch vorhandene magnetische Energie wieder als elektrische gewonnen.

Daß die Magnetisierung dabei bis in das Innere der Eisenmasse dringt, läßt sich leicht zeigen. Es wurde in ein Becherglas von 9 cm Durchmesser, welches 14 cm hoch mit dem öldurchtränkten Eisenpulver gefüllt war, achsial ein unten geschlossenes Glasrohr von etwa 3 cm Durchmesser gesetzt, welches den Boden nicht vollständig erreichte. In den so geschaffenen Hohlraum wurde ein 2 cm weites, auf eine Höhe von etwa 12 cm mit Eisenpulver gefülltes Glasrohr eingefügt. War dies letztere vorher magnetisiert, so fielen auch in ihm die Eisennadeln zusammen, wenn Schwingungen um das Ganze geleitet wurden durch eine Spule, welche die Eisenmasse ganz oder wenigstens nahezu bedeckte.

7. Das Eisenpulver habe ich auch durch Magneteisenstein ersetzen können, welchen man seiner geringeren Leitfähigkeit wegen in größeren Stücken verwenden darf.

8. Auffallend war mir, worauf ich schon hinwies, der geringe Energieverbrauch durch Foucaultströme. Der ganzen auf einen Kreisumgang entfallenden elektromotorischen Kraft gegenüber sind die Widerstände offenbar zu groß; sie vermindern sich auch, meinen Erfahrungen nach, nicht etwa durch eine im Eisenpulver eintretende Kohärerwirkung, auf welche man gefaßt sein mußte. In sehr starken elektrischen Feldern freilich (z. B. wenn man Eisenpulver zwischen zwei auf große Spannungsdifferenz geladene Drähte bringt) tritt im Eisenpulver eine lebhafte Funkenbildung ein. In schwächeren Feldern dagegen schien es sich merklich wie ein leidlicher Isolator zu verhalten.

Genauere Versuche ließen freilich auf einen größeren Energieverbrauch schließen, als die obigen qualitativen. Es wurde nämlich die Resonanzkurve des Flaschenkreises, mit und ohne Eisen, bestimmt nach der Anordnung, welche Fig. 4 schematisch zeigt; c_1 und c_2 sind die Kapazitäten des Primärkreises; s_1 die Magnetisierungsspule, p_1 eine variable Selbstinduktion. Die Spule s_1 wirkt induktiv auf die (koachsial gelegene) Spule s_2 von zwei Windungen (30 cm Durchmesser in etwa 20 cm Abstand von s_1); die Spule s_2 bildet mit dem Kondensator c_2 , der variablen Selbstinduktion p_2 und dem durch die Gleitschiene $A_1 A_2$ in berechenbarer Weise veränderlichen Selbstinduktionskoeffizienten p_3 der abgegrenzten

Fläche einen Resonanzflaschenkreis. Die Resonanzstellung wird erkannt entweder an dem Ausschlag des eingeschalteten Rießschen Thermometers Th oder der Größe der dem Kondensator c_3 parallel geschalteten Funkenstrecke F ; die p_3 bestimmende Fläche war hergestellt durch zwei Kupferdrähte

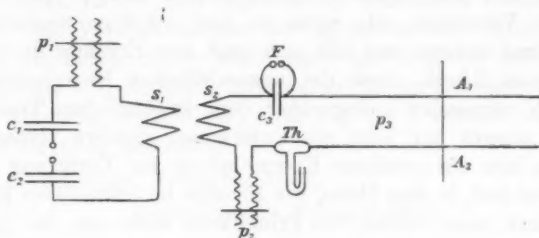


Fig. 4.

von 2 mm Durchmesser, die in 40 cm Abstand je 2 m lang ausgestreckt waren. Durch p_3 läßt sich in leicht ersichtlicher Weise eine andere Selbstinduktion, z. B. p_2 , empirisch aichen. Die obige Anordnung ist insofern nicht zweckmäßig gewesen, als durch Einführen von Eisenpulver oder anderen Vergleichsstoffen in s_1 sich das Aussehen des induzierenden Magnetfeldes *sehr erheblich* ändern kann. Es müßte der Primärkreis angeordnet werden etwa wie Fig. 5 zeigt, d. h. es müßten in einer Spule s_3 , welche so gelegen ist, daß sie die Gestalt des induzierenden Feldes nicht beeinflußt, die Änderungen vorgenommen werden. Es sollen in dieser Weise Versuche gemacht werden, welche eine direkte allseitige Vergleichung zulassen. Aus den angestellten ergab sich:

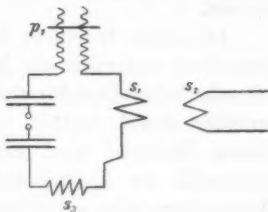


Fig. 5.

a) daß die Resonanzkurve, wenn das Eisenpulver in den Flaschenkreis eingefügt war, wesentlich flacher verlief, als ohne dasselbe;

b) daß das eingeführte Eisen die Schwingungszahl ebensoviel vertiefte, als wie ein Einfügen von Selbstinduktion etwa gleich dem 3—4fachen Betrag der Selbstinduktion der Mag-

netisierungsspule (also wirkt das Eisen etwa wie ein Körper von der Permeabilität 4);

c) Gemenge mit weniger Eisen zeigen schwächere magnetisierende Wirkung, aber auch ganz erheblich weniger Energiekonsum.

9. Das fein verteilte Eisen verhält sich in den angeführten Versuchen, als wenn es eine stärkere magnetische Koppelung bedinge und läßt sich nach dem Ergebnis derselben für diesen Zweck, trotz der unzweifelhaften Energieverluste, nützlich verwenden. Gegenüber dem gewöhnlichen Transformator scheint mir aber ein Unterschied insofern vorhanden, als uns hier ein *gegebener* Energiebetrag zur Verfügung steht (während dort in dem Maße, wie Energie im sekundären Kreise abgegeben wird, solche vom Primärkreis mehr aus der Quelle geschöpft wird).

Im Zusammenhang damit steht die Folgerung, daß das Eisen die *magnetische Energie lokalisieren und damit* (da ihr Gesamtbetrag durch die gegebene elektrische Anfangsenergie des Kondensators bestimmt ist) *anderen Raumteilen entziehen muß*. In dieser Weise kann einer Zerstreuung derselben und einer Ausstrahlung an nicht gewünschten Stellen vorgebeugt werden.

10. Jedes in einem Isolator fein verteilte Metall gibt mit demselben natürlich ein Material, welches sich wie ein Mittel mit sehr hoher Dielektrizitätskonstante (40 bis 80 *gibt z. B. fein verteiltes Eisen*) verhält. Durch Umgeben von Drähten mit diesem Material wird man daher bei ungeänderter Schwingungszahl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und damit die Wellenlänge sehr erheblich verkleinern können.¹⁾ Diese Eigenschaft kann für wissenschaftliche wie praktische Zwecke sehr wertvoll sein. Für drahtlose Telegraphie z. B. ist man öfters in die Lage versetzt, Teile einer Wellenlänge durch gespannte Drähte herzustellen, die aber gleichzeitig Energie ausstrahlen und bisweilen an Stellen, wo man eine solche Strahlung nicht wünscht. Solche Energieverluste lassen sich damit reduzieren.

1) Wenn man auf die Mitwirkung der Magnetisierbarkeit verzichtet, verwendet man vorteilhafter besser leitende (und gleichzeitig hystereseisfreie) Metalle, etwa fein verteiltes Kupfer.

Es ist ferner offenbar, daß alle auf katoptrischen oder dioptrischen Analogien beruhenden elektrischen Vorrichtungen sich ungleich günstiger gestalten werden, wenn man durch Verwendung stark brechender Mittel *relativ kleine* Wellen erzeugt und in diesem Medium die Reflexion und Brechung vergehen läßt. Man nähert sich dadurch bei handlichen Dimensionen mehr den Voraussetzungen der geometrischen Optik. Dies kann geschehen durch Mischungen gut leitender Mittel mit Isolatoren oder natürlich auch durch flüssige homogene Körper (wie Alkohole, Wasser etc.). Ich bin mit Versuchen in dieser Richtung noch beschäftigt.

Straßburg, November 1902.

(Eingegangen 15. November 1902.)

**8. *Über Molekularkräfte und elektrische Ladungen
der Moleküle;
von Max Reinganum.***

So mannigfach die Bemühungen sind, über Größe und Wirkungsweise der Molekularkräfte einen wenigstens angenäherten Aufschluß zu erhalten, so vereinzelt sind die Versuche, direktere Beziehungen derselben zu fernerliegenden, namentlich den elektrischen Erscheinungen zu finden.

Die folgenden Darlegungen beanspruchen nicht in diesem Sinne eine fertige Theorie zu sein, doch glaube ich, in der Hoffnung, vielleicht eine Anregung irgendwelcher Art geben zu können, mit der Mitteilung derselben nicht zurückhalten zu sollen.

Die Vorstellung von den Molekularkräften, welche nach einigen Seiten betrachtet werden soll, ergibt sich in einfacher Weise.

Wir nehmen an, daß die neutralen Moleküle positive und negative elektrische Ladungen enthalten von der Größe, welche aus den elektrolytischen Erscheinungen folgt, und machen ferner die Annahme, daß diese Ladungen sich an örtlich getrennten Stellen des Moleküles befinden.

Diese Vorstellung, welche bekanntlich auf dem Gebiete der Optik mit Erfolg eingeführt worden ist, ergibt als direkte Konsequenz Molekularkräfte elektrostatischer Natur, welche, wie wir zeigen wollen, wahrscheinlich die Hauptforderungen, die an solche Kräfte zu stellen sind, erfüllen.

Betrachten wir das Problem zunächst in qualitativer Weise, so sehen wir sogleich, daß die durch die Ladungen ausgeübten Kräfte eine starke Funktion der Entfernung sein müssen, da jedes Molekül gleichviel positive wie negative Ladungen enthält.

Ferner folgt sofort, daß die Molekularkräfte im Mittel in einer *Anziehungskraft* bestehen.

Denken wir uns die Richtungen aller Moleküle geometrisch willkürlich verteilt, so würde offenbar die Summe aller Abstoßungen nahe gleich der Summe aller Anziehungen sein, und der Mittelwert der Kraft würde verschwinden. Da jedoch durch die Ladungen Drehmomente ausgeübt werden stets in dem Sinne, daß entgegengesetzte Ladungen einander zugekehrt werden, so muß als Mittelwert aller Molekularwirkungen eine *Anziehung* resultieren.

Die Theorie erfüllt somit qualitativ die beiden allgemeinsten an sie zu stellenden Forderungen.

Im einzelnen enthält sie noch verschiedene Möglichkeiten der Vorstellung, auf welche wir kurz eingehen wollen.

Es ergibt sich zunächst die Frage: Ist der Abstand je zweier entgegengesetzter Ladungen auf dem Molekül als eine (nahezu) konstante Größe zu betrachten, oder ist er eine Funktion der äußeren verteilenden Kräfte?

Und ferner: Sind die Ladungen am Molekül selbständig beweglich, oder sind sie mit demselben so verbunden, daß ein auf die Ladungspaare ausgeübtes Drehmoment gleichzeitig eine auf das Molekül ausgeübte Kraft bedeutet?

Zu diesen beiden Fragen brauchen wir für das unten behandelte Problem von vornherein nicht Stellung zu nehmen.

Dagegen werden wir eine andere allgemeine Voraussetzung machen, daß nämlich die auftretenden elektrischen Kräfte groß genug sind, um Drehungen wirklich in der zur Verfügung stehenden Zeit auszuführen, wobei wir es dahingestellt sein lassen, ob sich die Moleküle selbst an den Drehungen beteiligen, oder ob sich diese nur auf die an den Molekülen befindlichen Ladungen erstrecken.

Dabei setzen wir voraus, daß die in die Kraftrichtungen gedrehten Ladungspaare nur geringe Schwingungen ausüben. Man kann sich eine Dämpfung der Schwingungen verursacht denken durch die mit denselben notwendig verbundene Strahlung und Energieübertragung. Im folgenden ist von Schwingungen um die Ruhelagen überhaupt abgesehen, da ihre Einführung ganz spezielle Annahmen über die Ladungen und die Trägheitsmomente der Moleküle nötig machen würde.

Die Resultate scheinen diese Vernachlässigung zu rechtfertigen. Andernfalls wären die aus dem Gaszustand folgenden Werte als untere Grenzen aufzufassen.

Was übrigens unsere erste Frage anbetrifft, so wird es sich wenigstens als wahrscheinlich herausstellen, daß der Abstand der Ladungen durch die Wirkung der anderen Moleküle nicht erheblich geändert wird.¹⁾

Auf die zweite Frage werden wir später noch kurz zurückkommen.

Schließlich haben wir uns noch zu entscheiden in der Frage nach der Zahl der auf den Molekülen anzunehmenden Ladungspaare.

Wir machen hier die wohl naheliegendste Annahme, daß von ähnlicher Größe, wie die Zahl der Ladungen eines elektrolytischen Ions, auch die Zahl der Ladungspaare auf einem Moleküle ist. Wir können daher, wo es in unseren Rechnungen nur auf die Größenordnung ankommt, jedem Molekül nur ein einziges Ladungspaar zuschreiben.

Diese Auffassung stimmt scheinbar nicht überein mit einer anderen, in letzter Zeit mehrfach (von H. A. Lorentz, W. Wien u. a.) geäußerten Vorstellung, daß die Materie überhaupt nur aus Ladungspaaren (Elektronenpaaren) besteht. Auch in diesem Falle ergeben sich, wie z. B. W. Wien bemerkt hat²⁾, elektrostatische Wirkungen zwischen Atomen und Molekülen mit sehr rascher Abnahme mit der Entfernung.

1) Dafür sprechen auch anderweitige, mit der Zustandsgleichung zusammenhängende Überlegungen. Bei konstantem Abstand der Ladungen ergibt sich eine Abnahme der Kraft zum mindesten (wenn nämlich die entgegengesetzten Ladungen dauernd aufeinanderzu gerichtet sind) nach dem Gesetz der vierten Potenz der Entfernung. Ist aber der Abstand der Ladungen etwa angenähert proportional der äußeren Kraft, so würde die Abnahme der Kraft mit der Entfernung eine so außerordentlich viel raschere werden, daß dies schwer mit den Folgerungen aus der Zustandsgleichung über das Verhältnis von Virial und Potential in Übereinstimmung zu bringen wäre. Vgl. über letzteres M. Reinganum, Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung. Dissertation, Göttingen 1899.

Natürlich schließt die Vorstellung nahezu konstanter Ladungsabstände nicht aus, daß, wie es in der Theorie der Dispersion eingeführt wird, die Entfernung einer Ladung aus ihrer Ruhelage proportional der wirkenden Kraft ist.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 5. p. 504. 1901.

Dennoch wird es gerechtfertigt sein, zunächst eine *eigentliche Ionentheorie* der Molekularkräfte zu versuchen.¹⁾

Hierdurch wird jene Vorstellung von der Konstitution der Atome aus vielen Elektronen keineswegs ausgeschlossen, wofern wir uns nur denken, daß die Atome aus *besonders dicht* gefügten positiven und negativen Ladungen bestehen. Dann würden sich sogar Kräfte zwischen den eigentlichen Ionenladungen und Atomen ergeben, während eine unmittelbare Wirkung zweier Atome aufeinander (ohne Vermittelung der Ionen) nur in größter gegenseitiger Nähe auftreten würde.²⁾

Doch wollen wir hierauf nicht näher eingehen.

Es soll vielmehr im folgenden versucht werden, einen Anhaltspunkt für die Wahrscheinlichkeit unserer Vorstellung dadurch zu erhalten, daß wir *die Größenordnung des Abstandes der Ladungen auf den Molekülen* nach einigen unabhängigen Methoden zu schätzen versuchen. Hierzu ist es nötig, zunächst eine Frage der Gastheorie näher zu betrachten.

I. Potential der Molekularkräfte (Theorie der inneren Reibung).

Wir bestimmen die Dichte des Gases in unmittelbarer Umgebung eines Moleküles.

Es sei σ der Durchmesser der Moleküle, ε eine sehr kleine Größe, um jedes Molekül sei eine Kugelschale mit den Radien σ und $\sigma + \varepsilon$ beschrieben. Das Gesamtvolumen dieser Kugelschalen ist V_σ . Die Zahl der auf den Kugelschalen liegenden Molekülzentren bezeichnen wir mit n_σ . Es werde ferner der übrige Raum des Gases mit V_g die Anzahl der Moleküle daselbst mit n_g bezeichnet. Es soll überall, auch an den Stellen größerer Verdichtungen (in der näheren Umgebung eines Moleküls), das Eigenvolumen der Moleküle klein gegen den zur Verfügung stehenden Raum sein und vernachlässigt werden können. Sind keine Kräfte vorhanden, so ver-

1) Vgl. auch M. Reinganum, Physik. Zeitschr. 2. p. 241. 1900.

2) Es beruht hierin eine Möglichkeit der Erklärung der Stoßwirkungen der Gastheorie, wofern dieselben nicht auf dem jedenfalls auch für Elektronen anzunehmenden Widerstand gegen Durchdringung beruhen.

halten sich die Molekühlzahlen n_σ zu n_g wie die zur Verfügung stehenden Räume V_σ zu V_n . Da jedoch Anziehungskräfte anzunehmen sind, so ist dieses Verhältnis mit $e^{-2h\chi(\sigma)}$ zu multiplizieren, wo $\chi(\sigma)$ die Arbeit darstellt, welche geleistet wird, wenn ein Molekül aus dem Raume V in den Raum V_σ gebracht wird.¹⁾ h ist durch die Beziehung definiert:

$$(1) \quad h = \frac{3}{2 m u^2},$$

worin m die Masse eines Atomes und u^2 das mittlere Geschwindigkeitsquadrat bezeichnet.

Die Arbeit $\chi(\sigma)$ ist für den eigentlichen Gaszustand (nahe) gleich zu setzen der Arbeit, die bei Annäherung aus unendlicher Entfernung bis in den Raum V_σ geleistet wird. Bezeichnet $F(r)$ die Kraft zweier Moleküle, r ihre Entfernung, so ist

$$(2) \quad \chi(\sigma) = \int_0^\infty F(r) \cdot dr.$$

Berücksichtigen wir ferner die Gasgleichung pro Masseneinheit in der Ausdrucksweise der kinetischen Theorie

$$(3) \quad \frac{u^2}{3} = R T,$$

und setzen wir

$$(4) \quad c = - \frac{n}{R} \chi(\sigma),$$

so wird:²⁾

$$(5) \quad -2h\chi(\sigma) = \frac{c}{T}.$$

Hiermit wird das Verhältnis der Molekühlzahlen:

$$(6) \quad \frac{n_\sigma}{n_g} = \frac{V_\sigma}{V_g} e^{\frac{c}{T}}.$$

Die Größen n_σ/V_σ und n_g/V_g sind den Dichten ρ_σ und ρ_g proportional. Die Dichte ρ_g kann, da n_σ gegen n , und V_σ

1) Vgl. hierüber L. Boltzmann, Gastheorie II. p. 167

2) Vgl. die Bezeichnungen M. Reinganum, Ann. d. Phys. 6. p. 533. 1901. Gleichung (10) l. c. ist auf der rechten Seite mit dem negativen Vorzeichen zu versehen.

gegen V eine kleine Zahl ist, gleich der beobachtbaren Dichte des Gases ρ gesetzt werden. Es wird daher die Dichte in der nächsten Umgebung eines Moleküles:

$$(7) \quad \rho_o = \rho \cdot e^{\frac{e}{T}}.$$

Die Stoßzahl der Moleküle ist bei konstanter Temperatur der Dichte des Gases proportional. Da für dieselbe nur die Dichte in der unmittelbaren Umgebung des Moleküls in Betracht kommen kann, so ist sie proportional der Größe ρ_o .

Es ist daher die Stoßzahl durch die Anziehungskräfte im Verhältnis $e^{e/T}$ vergrößert.¹⁾

Die Korrektur für den Fall der Anziehungskräfte ist deshalb so einfach einzuführen, da weder durch innere noch durch äußere Kräfte bei Temperaturgleichgewicht die mittleren molekularen Geschwindigkeiten und die ungeordnete Verteilung derselben verändert werden. Es nehmen nur die skalaren Größen der Dichte und des Potentials an verschiedenen Stellen des Raumes verschiedene Werte an.

Nunmehr ist die mittlere Weglänge l leicht zu finden. Sie hängt mit der Stoßzahl ν und der mittleren molekularen Geschwindigkeit u' durch die Beziehung zusammen:

$$l \cdot \nu = u'.$$

Da u' durch die Kräfte unbeeinflusst bleibt, dagegen ν im Verhältnis $e^{e/T}$ vergrößert ist, so ist die mittlere Weglänge l im Verhältnis $e^{e/T}$ kleiner geworden. Unter Berücksichtigung ihres Wertes ohne Kräfte²⁾ wird sie daher:

$$(8) \quad l = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N \sigma^2 e^{\frac{e}{T}}},$$

worin N die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit bedeutet.

An diesen Ausdruck ist jedoch noch eine Bemerkung zu knüpfen. Die durch denselben dargestellten Wege sind nicht

1) Man erhält dasselbe Resultat, wenn man beachtet, daß das Virial der Stöße im Verhältnis $e^{e/T}$ vergrößert ist, und hierauf denselben Satz anwendet. Vgl. M. Reinganum, l. c. p. 537.

2) Vgl. L. Boltzmann, Vorlesungen I. p. 82.

mehr geradlinig, sondern durch die Anziehungskräfte mehr oder weniger gekrümmt.¹⁾

Suchen wir die mittlere Entfernung l' zweier Stellen aufeinander folgender Zusammenstöße, so muß daher diese Größe kleiner ausfallen als l .

Leider bietet, selbst wenn das Anziehungsgesetz bekannt ist, die exakte Bestimmung von l' außerordentliche Schwierigkeiten. Wir beschränken uns daher auf eine qualitative Betrachtung. Es müssen sich jedenfalls mit wachsender Temperatur l' und l wegen Abnahme der Bahnkrümmungen einander nähern. Wenn diese Größen nicht zu sehr voneinander verschieden sind, was umsomehr erfüllt ist, je rascher die Anziehungskräfte mit der Entfernung abnehmen, so kann dieses Verhalten jedenfalls angenähert durch die Beziehung dargestellt werden:

$$l' = \frac{l}{k},$$

$$e^{\frac{1}{T}}$$

worin k eine geeignet zu wählende Konstante bedeutet und der Nenner sich nicht zu sehr von Eins unterscheidet. Setzen wir

$$(9) \quad c + k = c',$$

so ergibt sich wegen (8) für l' :

$$(10) \quad l' = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N \sigma^2 e^{\frac{1}{T}}}.$$

Von den bekannten Eigenschaften der Gase, für welche die mittlere Weglänge besondere Bedeutung besitzt, ist die innere Reibung experimentell am besten durchforscht. Wir beschränken daher die Anwendung unseres Resultates auf diesen Fall, bemerken jedoch, daß auch die Theorie der Wärmeleitung und Diffusion durch dieselbe in Einklang mit der Erfahrung gebracht wird.

Der Koeffizient der inneren Reibung η beträgt²⁾

$$(11) \quad \eta = k \rho u \lambda,$$

wenn wir mit λ die mittlere Weglänge ohne Rücksicht auf etwaige Veränderung durch Anziehungskräfte bezeichnen. Die

1) Diese Unterscheidung findet sich nicht in meiner Mitteilung, Physik. Zeitschr. I. c.

2) L. Boltzmann, l. c. p. 81.

Herleitung dieser Gleichung läßt unmittelbar erkennen, daß für λ die mittlere Weglänge mit der Bedeutung l' einzusetzen ist. Denn es kommt nur darauf an, in welcher Entfernung von einer im Gas gedachten Ebene die Moleküle ihren letzten Zusammenstoß erfahren haben, und nicht auf die Länge des wirklich zurückgelegten Weges. Die Konstante k beträgt bei der in (3) festgesetzten Bedeutung von u 0,32271.

Es ergibt sich daher aus (10) und (11):

$$(12) \quad \eta = \frac{0,32271 \cdot q \cdot u}{\sqrt{2} \cdot \pi N \sigma^2 e^T} = \frac{0,39525 \cdot q \sqrt{R}}{N \pi \sigma^2} \cdot \frac{\sqrt{T}}{e^T}.$$

Diese Gleichung der inneren Reibung hat mit der bekannten, ohne Rücksicht auf Kräfte abgeleiteten, die der Erfahrung entsprechende Eigenschaft gemeinsam, den Reibungskoeffizienten als unabhängig von der Dichte zu ergeben.

Überlegen ist sie der alten Gleichung insofern, als sie den Temperaturkoeffizienten der Reibung richtig zu beschreiben gestattet.

Es ist bekannt, daß die Anwendung der Gleichung ohne Kräfte eine Abnahme des Molekulardurchmessers mit steigen der Temperatur ergibt, und daß man gezwungen ist, dies durch irgend welche Annahmen zu erklären. Die bisher vorgeschlagenen Annahmen sind besonders deshalb unbefriedigend, da aus ihnen nicht hervorgeht, weshalb die Temperaturkoeffizienten der Reibung bei den einzelnen Gasen verschieden sind. Nach der hier gegebenen Auffassung bleibt der Molekulardurchmesser konstant, und die von der alten Theorie abweichenden Temperaturkoeffizienten lassen sich in einfacher Weise durch den die Wirkung der intramolekularen Kräfte darstellenden Ausdruck im Nenner beschreiben.

Derselbe Gedanke ist übrigens schon von W. Sutherland eingeführt worden.¹⁾ Durch vereinfachende Annahmen in seiner Ableitung erhält er jedoch ein von dem unserigen verschied-

1) W. Sutherland, *Phil. Mag.* (5) **36**. p. 507. 1893; vgl. auch O. E. Meyer, *Die kinetische Theorie der Gase*, 2. Aufl. II. p. 166 und *mathem. Zus.* p. 79. 1899. Anwendungen finden sich bei Lord Rayleigh, *Beibl.* **24**. p. 968. 1900 und P. Breitenbach, *Ann. d. Phys.* **5**. p. 166. 1901.

denes Resultat. Statt einer Exponentialfunktion enthält seine Gleichung den Faktor $1 + C/T$, wobei C sich von der von uns eingeführten Größe c um einen Zahlenfaktor unterscheidet. Wegen ihrer Form versagt diese Gleichung bei größeren Temperaturkoeffizienten der inneren Reibung, sodaß das Verhalten der Dämpfe höher siedender Flüssigkeiten sowie das des Quecksilberdampfes nicht mehr durch die Gleichung von Sutherland darstellbar ist.

Wir wenden uns nunmehr zu einigen Anwendungen der Formel (12), einerseits um die Verwendbarkeit derselben zu zeigen, und andererseits um Werte für c' zu erhalten, welche wir zur Prüfung der eingangs auseinandergesetzten Theorie verwenden können.

Zur Anwendung eignen sich besonders die von Breitenbach¹⁾ an Luft, Kohlensäure, Methylchlorid, Äthylen und Wasserstoff angestellten Beobachtungen. Die Versuche sind bei fünf verschiedenen Temperaturen bis zur Höhe von 302° C. unternommen. Da die Beobachtungen bei der tiefsten Temperatur (–15° bez. –21° C.) eine systematische Abweichung zeigen und nicht denselben Grad der Sicherheit wie die übrigen besitzen²⁾, so sollen dieselben hier nicht verwendet werden.

Aus den Werten von η für 15° und 302° C. wurden die Größen c' berechnet. Es wurden die korrigierten Werte für η der unter 2) zitierten Arbeit zu Grunde gelegt. Es ergibt sich folgende Tabelle.

Tabelle I.

	c'	$T_{\text{krit.}}$	u_{15} ³⁾	ϱ_0	$N_0 \pi \sigma^2$	$\sigma \cdot 10^8 \text{ cm}$	$\delta \cdot 10^8 \text{ cm}$
Luft	91,7	132	49 885	0,001 293	59 030	2,61	0,71
CO ₂	152,6	304	40 430	0,001 977	73 110	2,90	1,07
CH ₃ Cl	210,0	416	37 750	0,002 268	88 850	3,20	1,45
C ₂ H ₄	144,5	283	50 650	0,001 252	86 930	3,17	1,19
H ₂	59,3	38,5	188 700	0,000 0899	35 460	2,02	0,39

1) P. Breitenbach, Wied. Ann. 67. p. 803. 1899.

2) P. Breitenbach, Ann. d. Phys. 5. p. 166. 1901.

3) Über die Berechnung von u_{15} vgl. W. Nernst, Theor. Chemie 3. Aufl. p. 203. 1900.

c' ergibt sich also um so größer, je höher die kritische Temperatur des betreffenden Stoffes ist. Da letztere als ein Maß für die Kohäsion angesehen werden kann, so erweist sich c' in der Tat als ein Maß der Kohäsionskräfte, was auch vermöge der Beziehung (4) der Fall sein muß.

Die folgende Zusammenstellung gibt einen Überblick über die Anwendung der Gleichung (12). Aus den beobachteten Werten von η für 15° C. ist für die beiden höheren Temperaturen jedesmal η berechnet und der beobachtete Wert hinzugesetzt. Für 302° C. müssen berechnete und beobachtete Werte wegen der Berechnungsweise von c' zusammenfallen.

Tabelle II.

Luft.			Kohlensäure.		
t	$\eta \cdot 10^7$ ber.	$\eta \cdot 10^7$ beob.	t	$\eta \cdot 10^7$ ber.	$\eta \cdot 10^7$ beob.
99,1	2207	2203	99,1	1867	1861
182,4	2554	2559	182,4	2226	2221
302,0	2993	2993	302,0	2682	2682

Methylchlorid.			Äthylen.		
t	$\eta \cdot 10^7$ ber.	$\eta \cdot 10^7$ beob.	t	$\eta \cdot 10^7$ ber.	$\eta \cdot 10^7$ beob.
99,1	1410	1384	99,3	1278	1278
182,4	1729	1706	182,4	1521	1530
302,0	2139	2139	302,0	1826	1826

Wasserstoff.		
t	$\eta \cdot 10^7$ ber.	$\eta \cdot 10^7$ beob.
99,2	1059	1059
182,4	1206	1215
302,0	1392	1392

Die Übereinstimmung ist innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Nur die etwas größere Abweichung bei Methylchlorid bedarf vielleicht einer Erklärung.

Die sechste Kolumne der Tab. I enthält ferner die aus (12) und (3) berechneten Größen $N_0 \pi \sigma^2$. Diese in der Gas-theorie bedeutsame Größe ergibt sich nunmehr unabhängig von

der Temperatur, ein Resultat, welches die Bestimmung molekularer Dimensionen zu einer bedeutend einwandsfreieren und sichereren macht.

Aus den Werten der Größe $N_0 \pi \sigma^2$ lassen sich bekanntlich die Molekulardurchmesser σ berechnen durch Kombination mit der von van der Waals eingeführten Größe $b = \frac{2}{3} N_0 \pi \sigma^3$. Es kann aber natürlich auch der Molekulardurchmesser aus $N_0 \pi \sigma^2$ gefunden werden, wenn die Zahl N_0 (Loschmidtsche Zahl) anderweitig gegeben ist. Es ergibt sich dann σ^2 in denselben Genauigkeitsgrenzen, innerhalb deren N_0 bekannt ist. σ ist also in noch engere Grenzen eingeschlossen.

Wir wählen für die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit bei 0° und Atmosphärendruck den Wert, den Planck durch Verbindung der Strahlungstheorie mit der kinetischen Theorie des zweiten Hauptsatzes erhalten hat¹⁾:

$$N_0 = 2,76 \cdot 10^{19}.$$

Mit Hülfe dieses Wertes sind die Molekulardurchmesser der siebenten Kolumne berechnet.

Bevor wir weitere Anwendungen machen, soll noch ein möglicher Einwand besprochen werden.²⁾

Wir haben das Theorem von Boltzmann, welches für statische Zustände abgeleitet ist, auf den dynamischen Vorgang der inneren Reibung angewandt.³⁾ Dies könnte einen merklichen Fehler verursachen, da das Gesetz von Maxwell sich nur für statische Zustände ableiten läßt. Dann müßte aber der Fehler um so geringer sein, je langsamer die Bewegung des Gases ist. Es müßte also der Reibungskoeffizient eine Funktion der Geschwindigkeit der Gasbewegung sein. Da ein solcher Einfluß bisher, soviel mir bekannt ist, nicht beobachtet wurde, so dürfte dieser Einwand gegen die Theorie hierdurch praktisch keine Rolle spielen.

Nunmehr wenden wir uns der eigentlichen Aufgabe zu, einen Anhaltspunkt für die zu Anfang auseinandergesetzte elektrostatische Theorie der Molekularkräfte zu gewinnen. Wir

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 4. p. 564. 1901.

2) M. Reinganum, l. c. Physik. Zeitschr. Diskussion.

leiten aus unserer Vorstellung einen Ausdruck ab für die in (2) definierte Größe

$$\int_{\sigma}^{\infty} F(r) dr.$$

Gemäß den Überlegungen p. 335 und 336 nehmen wir an, daß jedes Molekül ein Ladungspaar enthält, und daß die Kräfte genügend groß sind, daß im Moment des Stoßes die entgegengesetzten Ladungen sich einander zukehren, daß also die vier vorhandenen Ladungen in eine Linie fallen.

Betrachten wir den Fall, daß Ladungen und Moleküle fest miteinander verbunden sind, so nehmen letztere an der Drehung Teil. Es müssen also zwei Moleküle im Augenblick des Stoßes parallele Lagen im Raume haben. Korrespondierende Punkte der Moleküle haben also gleiche Entfernung voneinander. Da die Entfernung der Zentren σ beträgt, so hat also auch die gegenseitige Entfernung der Mittelpunkte der beiden Ladungspaare den Wert σ .

Besonders anschaulich ist diese Festsetzung bei zweiatomigen Molekülen, wenn wir uns vorstellen, daß die Atome durch die Ladungen aneinander gebunden werden. Dann fällt das Zentrum des Moleküles angenähert mit der Mitte des Ladungspaares zusammen, und bei dem Stoße zweier Moleküle ist der Abstand der Zentren der beiden Ladungspaare voneinander nahe gleich dem Abstände der Zentren der Moleküle oder gleich ihrem Durchmesser σ .

Sind die Ladungspaare nicht fest mit dem Molekül verbunden, so bleibt bei dem zuletzt angegebenen Beispiel immer noch bestehen, daß der Abstand der Mitten der Ladungspaare nahezu gleich dem Durchmesser σ ist. Wir wollen daher auch bei dieser Auffassung allgemein annehmen, daß bei den Stößen sich die Mittelpunkte der Ladungspaare bis zur Größenordnung der Molekulardurchmesser einander nähern.

Wir berechnen die bei der Berührung zweier Moleküle gewonnene elektrische Arbeit, die wir nach (2) mit

$$-\int_{\sigma}^{\infty} F(r) dr$$

bezeichnen können. Wir nennen δ den Abstand der beiden Ladungen auf einem Moleküle oder die Länge des Bipols. Die Summe der bei der Berührung gewonnenen Arbeit besteht aus zwei negativen Gliedern, die von dem Potential der Abstoßung bei der Entfernung σ herrühren, und zwei positiven Gliedern, von welchen eines die Arbeit der Anziehung bei der Entfernung $\sigma - \delta$, das andere diejenige bei der Entfernung $\sigma + \delta$ darstellt. Bezeichnen wir mit e die Größe einer elektrischen Ladung, so ergibt sich:

$$(13) \quad - \int_{\sigma}^{\infty} F(r) dr = - \frac{2e^2}{\sigma} + \frac{e^2}{\sigma - \delta} + \frac{e^2}{\sigma + \delta} = - \frac{2\delta^2 e^2}{\sigma^3 - \sigma\delta^2}.$$

Kombination mit (4) und (5) ergibt:

$$(14) \quad \frac{2\delta^2 e^2}{\sigma^3 - \sigma\delta^2} = \frac{c}{2hT}.$$

Wir setzen δ klein gegen σ und vernachlässigen daher im Nenner der linken Seite $\sigma\delta^2$ gegen σ^3 . Es wird aus unseren Resultaten hervorgehen, daß dies erlaubt ist. Hierdurch ergibt sich aus (14) mit Rücksicht auf (1):

$$(15) \quad \delta^2 = \frac{c \cdot m u^2 \sigma^3}{6 \cdot T e^2}.$$

Multiplikation von Zähler und Nenner mit N_0^3 ergibt mit Rücksicht auf (3) und die Beziehung

$$N_0 \cdot m = \rho_0$$

$$(16) \quad \delta^2 = \frac{c \cdot \epsilon_0 \cdot R(N_0 \sigma^2) \sigma}{2 \cdot (N_0 e)^2}.$$

Die Größen des Zählers sind durch die Tab. I gegeben. Dieselbe enthält allerdings c' , doch ist nach (9) der Fehler nicht zu groß, wenn wir c' gleich c setzen, zumal es uns nur auf die Größenordnung ankommt. $R\epsilon_0$ ist eine allgemeine Konstante und beträgt im absoluten Maße 3711. Die Größe $N_0 e$ des Nenners ist aus dem elektrochemischen Äquivalent leicht zu erhalten. Sie ist gleich der Elektrizitätsmenge, die an einem

Kubikzentimeter eines beliebigen Gases unter Normalbedingungen haften würde, wenn jedes Molekül eine Ionenladung mit sich führte. An einem Grammion haftet die Elektrizitätsmenge $9654.3 \cdot 10^{10}$ elektrostatische Einheiten.

Ein Kubikzentimeter Gas enthält bei 0° und Atmosphärendruck

$$4,461 \cdot 10^{-5} \text{ g-Mol.}$$

Hieraus folgt

$$N_0 \cdot e = 1,292 \cdot 10^{10}.$$

Für den Abstand der Ladungen erhalten wir mit Hilfe dieser Werte aus (16) die in der letzten Kolumne der Tab. I verzeichneten Größen.

Aus diesen Werten geht hervor, daß die Größe der berechneten δ Werte keinen Widerspruch ergibt und auch nicht unwahrscheinlich ist. Die Werte betragen durchschnittlich den 30^{sten} Teil der Molekulardurchmesser.

Auch unsere in (14) eingeführte Vernachlässigung von δ^2 gegen σ^2 erscheint daher gestattet.

Jedenfalls scheint hiernach die Erklärung der Molekularkräfte der Gase im wesentlichen eine mögliche zu sein.

II. Anwendung auf den festen Zustand (Zugfestigkeit).

Für den festen Zustand bieten sich ebenfalls einfache Gesichtspunkte dar.

Zunächst sieht man ohne weiteres, daß diejenige Bedingung erfüllt ist, die jedenfalls an eine auch den festen Zustand umfassende Theorie zu stellen ist: *sie führt zu Kräften polaren Charakters.*

Ferner stehen der Theorie bei der Erklärung der elastischen Eigenschaften nicht nur Anziehungskräfte und kinetische Energie, sondern auch Abstoßungskräfte zur Verfügung, was namentlich die Behandlung der Elastizitätserscheinungen zu ermöglichen verspricht. Es wird so die Vorstellung von Poisson in gewissem Sinne bestätigt.

H. A. Lorentz hat schon darauf hingewiesen, daß durch eine elektrostatische Theorie der Molekularkräfte fester Körper

die Schwierigkeit beseitigt wird, welche die Erklärung des Interferenzversuches von Michelson bietet.¹⁾

Es soll das Problem der Festigkeit näher betrachtet werden. Wir können uns vorstellen, daß sich bei Abwesenheit äußerer Kräfte die mit den Ladungspaaren versehenen Moleküle in Gleichgewichtslagen befinden, oder vielmehr in Oszillationen um dieselben begriffen sind, deren Größe von der vorhandenen kinetischen Energie abhängt. Wird eine Zugkraft ausgeübt, so tritt erfahrungsgemäß eine derselben proportionale und gleiche Gegenkraft auf. Nach unserer Auffassung kann sich eine Gegenkraft dadurch ergeben, daß die Moleküle sich so richten, daß die Ladungspaare in der Richtung des Zuges eine größere Gegenkraft entwickeln. Das heißt es drehen die in der Zugrichtung liegenden Moleküle ihre entgegengesetzten Ladungen einander zu. Dieser Vorgang muß in der Tat stattfinden, da durch denselben Arbeit gewonnen wird und daher die durch die Zugkraft geleistete Arbeit ein Minimum wird, das Prinzip der kleinsten Arbeit also erfüllt wird.

Wir können nun die Zugkraft so anwachsen lassen, daß sich die Bipole zur Erreichung der Gegenkraft völlig ihre entgegengesetzten Ladungen zukehren. Lassen wir die Zugkraft noch größer werden, so kann sich eine weitere Gegenkraft jetzt nicht mehr entwickeln, es tritt daher das Zerreißen des Körpers ein. Es ergibt sich also eine einfache Erklärung der Festigkeitsgrenze.

Quantitativ läßt sich der Vorgang in folgender Weise betrachten, wenn wir Vereinfachungen in der Vorstellung uns gestatten wollen.

Wir denken uns die Zentren der Moleküle des festen Körpers in den Mittelpunkten von Würfeln, und bestimmen die Kraft an einem Querschnitt des Körpers als Summe der Kräfte je zweier gegenüberliegender Moleküle. Die Komponenten der Kräfte schief gegenüberliegender oder weiter entfernter Moleküle lassen wir außer Rechnung, da es uns nur auf die Größenordnung ankommt und ohnedies die Vorstellung der molekularen Anordnung nur eine angenäherte ist.

1) H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern p. 123—125. Leiden 1895.

Der Abstand zweier gegenüberliegender Moleküle sei r , δ sei wieder der Abstand der beiden Ladungen auf dem Molekül. Wir nehmen an, daß die Festigkeitsgrenze erreicht ist, daß also die Zugkraft so groß sei, daß entgegengesetzte Ladungen ganz aufeinander zugerichtet sind.

Die Kraft zwischen je zwei Molekülen ergibt sich durch Differentiation des Ausdruckes (13) nach r , wenn wir in demselben die Entfernung σ durch r ersetzen, und wieder δ im Nenner gegen r vernachlässigen, zu:

$$k = -\frac{6 \delta^2 e^2}{r^4}.$$

Der Zugkraft ist das entgegengesetzte Vorzeichen zu geben. Um die Kraft pro Flächeneinheit zu erhalten, haben wir diesen Wert mit der Zahl der in der Flächeneinheit sich gegenüberliegenden Moleküle zu multiplizieren.

Der Kubikzentimeter enthält N oder, da jedem Molekül der Raum r^3 zusteht, $1/r^3$ Moleküle. Auf die Längeneinheit kommen daher $1/r$, auf die Flächeneinheit $1/r^2$ Moleküle. Multiplikation hiermit ergibt für die Kraft pro Flächeneinheit, oder für die Zerrenßungskraft:

$$K = \frac{6 \delta^2 e^2}{r^6},$$

oder mit Rücksicht auf $N = 1/r^3$:

$$(16) \quad K = 6 \delta^2 (e N)^2.$$

Die am Grammmolekül haftende elektrische Ladung Eines Vorzeichens beträgt nach p. 347 $2,8962 \cdot 10^{14}$ elektrostatische Einheiten. Die Volumeneinheit enthält ρ/M Grammmoleküle. Das Molekulargewicht der Metalle setzen wir nach dem, was darüber bekannt ist, gleich ihrem Atomgewicht A . Es ist daher:

$$e N = 2,8962 \frac{\rho}{A} \cdot 10^{14},$$

und es wird:

$$(17) \quad \delta = 1,410 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{A \cdot \sqrt{K}}{\rho} \text{ cm.}$$

Bei Anwendung dieser Gleichung sind die experimentellen Werte von K in Dynen pro Quadratcentimeter auszudrücken.

Nach den Versuchen von Wertheim¹⁾ berechnet sich folgende Tabelle:

	$K \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$	δ
Kupfer	40,3	$0,65 \cdot 10^{-9}$ cm
Platin	34,1	$0,74 \cdot 10^{-9}$ „
Silber	29	$0,78 \cdot 10^{-9}$ „

Es ergibt sich also eine völlige Übereinstimmung der Größenordnung von δ mit den früher gefundenen Werten.

Bei dieser Rechnung liegen natürlich eine Reihe von Vereinfachungen vor. Da die kinetische Energie nicht berücksichtigt wurde, so ist die Anwendung der Gleichung (17) auf Temperaturen zu beschränken, für welche diese nicht zu sehr in Betracht kommt.

Ferner werden für diejenigen Metallatome mehrere Ladungspaare anzunehmen sein, welche mehr als eine Valenz besitzen.

Auch enthält unsere Vorstellung die Annahme, daß die Beweglichkeit der Ladungen, welche, wie namentlich die neueren Untersuchungen ergeben haben, einem Teile derselben in den Metallen zugeschrieben werden muß, für das Festigkeitsproblem nicht von unmittelbarer Bedeutung ist.

Die δ Werte sind bei der Berechnung aus dem festen Zustand bei größerer Entfernung der Moleküle voneinander gefunden, als bei der Berechnung aus dem gasförmigen Zustand. Unsere erste im Anfang aufgeworfene Frage beantwortet sich daher wahrscheinlich so, daß die Abstände der Ladungen von der Größe der äußeren Kräfte nicht wesentlich beeinflußt werden. Die Berechnung für den festen Zustand hätte sich auch mit der Annahme durchführen lassen, daß die Moleküle selbst ihre Lagen behalten, und nur die Ladungen sich drehen. Dennoch erscheint es gerade bei dem festen Zustande un-

1) Vgl. z. B. Winkelmanns Handbuch der Physik 1. p. 307. 1891.

gezwungener, die Moleküle an der Drehung teilnehmen zu lassen, da bestimmte Richtungen der Moleküle selbst auch zur Erklärung der Kristallisation sicher die einfachste Annahme ist. In diesem Sinne beantwortet sich also wahrscheinlich die zweite zu Anfang gestellte Frage.¹⁾

III. Beziehungen zu chemischen Eigenschaften.

Obwohl durch die Übereinstimmung der beiden verschiedenen Rechnungen die Zuverlässigkeit der Resultate erhöht wird, so ist es doch möglich, daß durch die eingeführten Vereinfachungen die Größenordnung der Abstände der Ladungen etwas verändert gefunden ist. Wenn zum Beispiel im Gaszustande im Augenblick des Stoßes entgegengesetzte Ladungen im Mittel sich nicht völlig zuehren, so würde sich ein größerer Abstand δ berechnen. Ebenso würde sich bei analoger Annahme für den festen Zustand δ aus der Zerrißungskraft größer ergeben. Dagegen würde es hier wieder kleiner ausfallen, wenn die Kräfte nicht direkt beachbarter Moleküle mit in Rechnung gesetzt werden. Ganz absehen müssen wir von dem Umstand, daß die Moleküle in den meisten Fällen mehr als ein Ladungspaar enthalten werden.

Jedenfalls ist es im Hinblick auf diese noch vorhandenen Unsicherheiten der Rechnung von Interesse, daß auf einem ganz anderen Wege der Abstand der Ladungen ebenfalls von derselben Größe wie hier gefunden wurde.

Rutherford und McKling²⁾ bestimmten den Wert δ für verschiedene Gase im Mittel zu $1,1 \cdot 10^{-9}$ cm. Die Methode beruhte darauf, daß einerseits die durch die Gase absorbierte Energie von Röntgenstrahlen bolometrisch gemessen wurde. Andererseits wurde der sogenannte Sättigungsstrom im Gase ermittelt und hieraus die Zahl der in der Zeiteinheit gebildeten Ionen bestimmt. Die Berechnung geschah mit der Annahme, daß die absorbierte Energie zur Ionisierung verbraucht wurde. Es ergibt sich also eine vollständige Übereinstimmung mit unseren Resultaten.

1) Eine teilweise Beweglichkeit der Ladungen am Molekül, die sich bei anderen Erscheinungen geltend machen kann, wird hierdurch nicht ausgeschlossen.

2) E. Rutherford u. McKling, Physik. Zeitschr. 2. p. 53. 1900.

Ferner ist es von Interesse, die Berechnungen ähnlicher Art von F. Richarz zum Vergleich heranzuziehen.¹⁾ Richarz, welcher das Verdienst hat, zuerst die Helmholtzschen Ideen über die Ladungen der Moleküle quantitativ nach verschiedenen Richtungen angewandt zu haben, erhält aus der spezifischen Wärme der Gase und aus der Dissoziationswärme ca. 20—30mal größere Werte für den Abstand der Ladungen, als sie hier berechnet wurden, also Werte von der Größenordnung der Molekulardurchmesser.

Die Berechnung von Hrn. Richarz aus der spezifischen Wärme der Gase beruht auf der Annahme, daß die Atome eines zweiatomigen Moleküles mit entgegengesetzter Ladung versehen nach dem Newtonschen Gesetz umeinander rotieren. Hr. Richarz macht jedoch selbst darauf aufmerksam, daß diese Vorstellung nicht genau sein kann, da sie keine genügend stabile Bewegung ergibt.²⁾ Wenn man bedenkt, wie genau differenzierte Anordnungen die Atome im Molekül nach den Ergebnissen der organischen Chemie besitzen, so hat in der Tat die Annahme freier Rotationen der Atome umeinander keine sehr große Wahrscheinlichkeit. Das aus derselben abgeleitete Resultat ist daher zu unsicher, um als Widerspruch gegen unsere Werte betrachtet werden zu können.

Die zweite Berechnung von Hrn. Richarz beruht auf der Vorstellung, daß die beiden NO_2 -Gruppen des N_2O_4 -Moleküles durch eine positive und negative Ladung aneinander gebunden sind, und auf der Auffassung der Dissoziationswärme des Stickstoffdioxyds als elektrische Arbeit gegen diese Ladungen. Die Berechnung läßt sich bei dieser Annahme jedoch nur so durchführen, als wäre nach der Dissoziation das eine NO_2 -Molekül positiv, das andere negativ geladen, d. h. als läge eine elektrolytische Dissoziation vor; dies ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall. Die erwähnten Versuche von Rutherford und Mc Kling erlauben insofern eine sicherere Berechnung, als wir es hier in der Tat mit einer der elektrolytischen analogen Dissoziation zu tun haben.

1) F. Richarz, Wied. Ann. 52. p. 385. 1894.

2) Vgl. hierüber die Untersuchungen von F. Richarz, Wied. Ann. 48. p. 467. 1893.

Es scheint mir daher, daß man die Resultate von Hrn. Richarz nicht als Gegenbeweis gegen die unserigen betrachten kann, vielmehr eher das Gemeinsame hervorheben muß, daß beide zwar nicht ganz, jedoch angenähert zu derselben Größenordnung für die Entfernung der Ladungen führen. Jedenfalls ist die Theorie auch noch mit anders gewählten Annahmen zu verfolgen, doch können die hier mitgeteilten Resultate hierfür einen Anhaltspunkt bilden.

Münster i. W., November 1902.

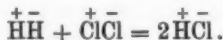
(Eingegangen 27. November 1902.)

9. Zum Mechanismus elektrochemischer Vorgänge; von Max Reinganum.

Eine vorhergehende Arbeit beschäftigte sich damit, den Abstand der Ionenladungen auf den Molekülen der Größenordnung nach zu bestimmen. Hierbei wurde die vereinfachende Annahme eingeführt, daß jedes Molekül nur ein Ladungspaar enthalte.

Daß diese Annahme nur für bestimmte Zwecke zulässig ist und in gewissen anderen Fällen versagt, soll an dieser Stelle kurz gezeigt werden.

Nach v. Helmholtz, welcher derartige Betrachtungen zuerst einführte, sind die Atome eines Salzsäuremoleküles durch eine positive und eine negative Ladung miteinander verbunden.¹⁾ Auflösung der Salzsäure in Wasser bewirkt Dissoziation eines Teiles der Moleküle in $\overset{+}{\text{H}}$ und $\bar{\text{Cl}}$ (Arrhenius). Die Elektrolyse wird von v. Helmholtz so aufgefaßt, daß von den Wasserstoffionen, welche nach der Kathode wandern, nur die Hälfte ihre Ladungen abgibt, und dafür negative Ladungen empfängt. Diese nunmehr negativ geladenen Wasserstoffionen vereinigen sich mit den positiv gebliebenen zu neutralem Wasserstoff von der Konstitution $\overset{+}{\text{H}}\bar{\text{H}}$. In analoger Weise wird an der Kathode $\bar{\text{Cl}}\bar{\text{Cl}}$ gebildet. Will man sich den Kreisprozeß vervollständigt denken, so kann man noch die beiden gasförmigen Produkte aufeinander wirken lassen, wobei die Umsetzung vor sich geht:



Diese Auffassung, nach der nur die Hälfte der Ionen ihre Ladungen abgibt, wird wohl allgemein für wenig befriedigend gehalten. Dies tritt noch mehr hervor, wenn

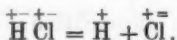
1) H. v. Helmholtz, Vorlesungen über theoretische Physik 5. p. 319–321. Leipzig 1897.

man versucht, nach dieser Vorstellung die Elektrolyse eines Metallsalzes zwischen Elektroden desselben Metalles zu beschreiben. Hier ist es viel einfacher anzunehmen, daß alle Metallionen ihre positiven Ladungen an der Kathode abgeben, und an der Anode sich ebensoviele positiv geladene Metallionen lösen, während die Anionen ihre Ladungen ungeändert behalten. Es ist aber sehr unwahrscheinlich, daß die Elektrolyse in diesem und dem vorher betrachteten Falle in prinzipiell so ganz verschiedener Weise vor sich gehen sollte.

Diese Schwierigkeiten verschwinden, wenn wir dem Salzsäuremolekül nicht *ein*, sondern *zwei* Ladungspaare zuschreiben.

Die Dissoziation im Wasser ist dann aus dem Grunde eine elektrolytische, weil entweder eine positive Ladung von dem Chloratom auf das Wasserstoffatom, oder eine negative Ladung von dem Wasserstoffatom auf das Chloratom übergegangen ist. Letzterer Fall ist der wahrscheinlichere, da sowohl aus der Elektrizitätsleitung der Metalle, wie aus dem Zeemanphänomen und der Kathodenstrahlung bekannt ist, daß negative Ladungen von den Metallatomen weniger festgehalten werden.

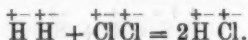
Hiernach ließe sich die Gleichung der elektrolytischen Dissoziation schreiben:



Die Elektrolyse besteht jetzt darin, daß alle sich auscheidenden Chlorionen ihre überzähligen negativen Ladungen abgeben und sich gasförmiges $\overset{+}{\text{Cl}} \overset{-}{\text{Cl}}$ bildet.

An der Kathode wird die gleiche Zahl negativer Ladungen von dem Metall an die Wasserstoffionen $\overset{+}{\text{H}}$ abgegeben, sodaß gasförmiger $\overset{+}{\text{H}} \overset{-}{\text{H}}$ entsteht.¹⁾

Der Kreisprozeß wird durch die Reaktion vervollständigt:



1) Das Wesentliche der Erklärung bleibt offenbar bestehen, wenn nur das Wasserstoffmolekül (mindestens) zwei Ladungspaare enthält. Dann kommt man für das HCl-Molekül mit einem Ladungspaar aus, und hätte dem Cl₂-Molekül überhaupt kein Ladungspaar zuzuschreiben. Unsere Festsetzung, daß auch das Chlor Ladungspaare enthält, also HCl mindestens zwei Ladungspaare besitzt, geschieht im Sinne der vorhergehenden Arbeit.

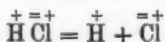
Die Elektrolyse von Silbernitrat zwischen Silberelektroden würde in folgender Weise zu denken sein. Die $\overset{+}{\text{N}}\overset{-}{\text{O}}_3$ -Ionen geben an der Anode ihre überzähligen negativen Ladungen ab. An der Kathode erhalten die $\overset{+}{\text{Ag}}$ -Ionen negative Ladungen und scheiden als festes $\overset{+}{\text{Ag}}\overset{-}{\text{}}$ aus. Ferner verbinden sich an der Anode die hier restierenden $\overset{+}{\text{N}}\overset{-}{\text{O}}_3$ -Gruppen mit den $\overset{+}{\text{Ag}}\overset{-}{\text{}}$ -Atomen der Elektrode zu Silbernitrat $\overset{+}{\text{Ag}}\overset{+}{\text{N}}\overset{-}{\text{O}}_3$ und gehen, sich zum Teil sogleich elektrolytisch dissozzierend, in die Lösung.

Es läßt sich also jetzt die Elektrolyse bei Ausscheidung der Produkte und bei Auflösung einer Elektrode von demselben einfachen Gesichtspunkte aus betrachten.

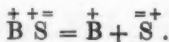
Unsere Vorstellung läßt sich aber noch in anderer Hinsicht vervollständigen.

Verbindungen zwischen Metallen und Metalloiden oder zwischen Basen und Säuren zeigen bekanntlich Eigenschaften, welche den beiden Komponenten vorher nicht zukamen, weshalb diese Verbindungen, im Gegensatz zu denen der Metalle oder Nichtmetalle unter sich, als die eigentlichen chemischen Verbindungen betrachtet werden.

Es liegt nun nahe anzunehmen, daß der Übergang der negativen Ladung von der Basis zur Säure nicht erst im Augenblick der Dissoziation stattfindet, sondern schon in dem neutralen Molekül vor sich gegangen ist. Die Dissoziationsgleichung des Salzsäuremoleküles ist dann genauer zu schreiben:



und allgemein, wenn wir mit B die Basis und mit S die Säure bezeichnen:



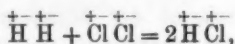
Es ist also deshalb die Dissoziation eine elektrolytische, weil der Übergang der negativen Ladung schon auf dem neutralen Molekül stattgefunden hat.

Dies erklärt uns dann, weshalb diese Verbindungen nicht mehr die speziellen Eigenschaften der Metalle zeigen. Denn

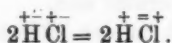
letztere werden, namentlich in optischer und elektrischer Hinsicht, sehr wahrscheinlich durch die beweglichen negativen Ladungen bedingt. Diese sind jedoch jetzt auf den negativen Rest übergegangen.

Verbindungen von Basen und Säuren sind ferner im allgemeinen durch besonders große Wärmetönungen ausgezeichnet. Dieses läßt sich verstehen, wenn der Hauptteil der Wärmetönung in der Arbeit besteht, welche beim Übergang der negativen Ladung auf den Säurerest gewonnen wird.

Es wäre hiernach nur von einer geringen Wärmetönung folgender Vorgang begleitet:



während die Hauptwärmetönung der Salzsäurebildung durch den hierauf stattfindenden Vorgang entsteht:



Die Affinität einer Verbindung ist hiernach offenbar als um so größer zu betrachten, je entschiedener der Übergang der negativen Ladung stattfindet. Hierfür ist aber ein Maß die durch den Übergang gewonnene Arbeit oder (angenähert) die Wärmetönung. Da aber die Gelegenheit zur Bildung einer Verbindung nicht nur durch diese zu gewinnende Arbeit, sondern auch durch die Mengenverhältnisse und die stereochemischen Verhältnisse bedingt ist, so erklärt sich, daß die Wärmetönung zwar in vielen Fällen, aber durchaus nicht immer für die Bildung einer Verbindung maßgebend ist. Immerhin sehen wir, wie der richtige Kern, welcher, wie auch Nernst hervorhebt ¹⁾, dem sogenannten Prinzip von Berthelot innewohnt, erklärt werden kann.

Es müssen aber auch die Bedingungen der elektrolytischen Dissoziation um so mehr erfüllt sein, je weitgehender der Übergang der negativen Ladung auf den Säurerest stattgefunden hat. Es erklärt sich also, daß auch die Dissoziationskonstante ein Maß für die Affinität sein wird, ein Umstand, welcher be-

1) W. Nernst, Theoret. Chemie 3. Aufl. p. 634—635 und p. 655. Stuttgart 1900.

kanntlich die physikalische Chemie von ganz anderem Standpunkt aus zum quantitativen Vergleich von Affinitäten herangezogen hat.

Auch die angenäherte Gleichheit von elektromotorischer Kraft und Wärmetönung, welche in vielen Fällen vorhanden ist, läßt sich von unserem Standpunkt aus verstehen.

Bei der Elektrolyse der Salzsäure wird die überzählige negative Ladung des $\overset{+}{\text{Cl}}^-$ durch das Metall auf das $\overset{+}{\text{H}}$ -Ion transportiert. Es ist also diejenige Arbeit zu leisten, welche wir gemäß der letzten Gleichung in vielen Fällen als gleich der Wärmetönung ansehen können. Da ferner anzunehmen ist, daß diese Übergangswärme der negativen Ladung von der Temperatur ziemlich unabhängig ist, so wird in den Fällen, in welchen die elektromotorische Kraft allein durch diese Übergangsarbeit gegeben ist, die elektromotorische Kraft unabhängig von der Temperatur sein.

Dann ist aber auch in der allgemein gültigen Gleichung

$$E = Q + T \frac{\partial E}{\partial T},$$

worin E die elektromotorische Kraft, Q die Wärmetönung und T die absolute Temperatur bedeutet,

$$E = Q$$

zu setzen, woraus in der Tat streng folgt:

$$\frac{\partial E}{\partial T} = 0.$$

Wo die Gleichheit von E und Q nicht vorhanden ist, ist immer $\partial E / \partial T$ von Null verschieden. In diesen Fällen dürften meistens elektromotorische Kräfte osmotischer Natur wirksam sein, da osmotische Arbeiten einen Temperaturkoeffizienten besitzen.

Diese Auffassung schließt natürlich nicht aus, daß man, wie es von Nernst geschehen ist, durch den Begriff der Lösungstension alle elektromotorischen Kräfte auf osmotische Arbeiten zurückführt, ein Weg, der auch thermodynamisch begründet ist.

Dennoch vermag vielleicht die angedeutete Vorstellung nützliche Gesichtspunkte zu bieten.

So dürfte es, um ein Beispiel zu geben, aussichtsvoll sein, den Einfluß positivierender und negativierender Radikale auf die Affinitätskonstanten (Dissoziationskonstanten) von dem Standpunkte aus zu betrachten, ob dieselben auf den Übertritt der negativen Ladungen hemmend oder begünstigend wirken. Aus den hier an einem reichen Beobachtungsmaterial gefundenen Gesetzmäßigkeiten¹⁾ könnten vielleicht auf diese Weise neue Aufschlüsse über den Bau des Moleküles erhalten werden. Andererseits ist die Frage von Interesse, wie der Übergang der negativen Ladungen wieder auf die Größe der Molekularkräfte zurückwirkt.

Münster i. W., November 1902.

1) Vgl. die Übersicht von W. Nernst, l. c. p. 468—471.

(Eingegangen 27. November 1902.)

**10. Das kritische Gebiet der Lösungen
und die Erscheinungen der Opaleszenz;
von D. Konowalow.**

I.

In zwei Fällen liefert die Opaleszenz ein außerordentlich wichtiges und charakteristisches Kennzeichen der Lösungen: in kolloidalen Lösungen und in Flüssigkeitslösungen in der Nähe ihres kritischen Punktes. Die Opaleszenz vieler kolloidaler Lösungen ist so scharf ausgeprägt, daß dieselben schon bei der Betrachtung mit bloßem Auge im reflektierten Lichte trübe erscheinen. Ist jedoch die Opaleszenz so gering, daß sie nicht unmittelbar sichtbar wird, so läßt sie sich mit Hilfe des Tyndallschen Versuches entdecken, welcher gleichzeitig die Möglichkeit gibt, die Opaleszenz von der Fluoreszenz zu unterscheiden: ein Lichtstrahl hinterläßt in opaleszierenden sowohl als auch in fluoreszierenden Flüssigkeiten eine deutliche Spur, das sog. „Seitenlicht“, welches in der Dunkelheit leicht beobachtet werden kann. Die fluoreszierenden Flüssigkeiten geben ein nicht polarisiertes, die opaleszierenden dagegen ein senkrecht zur Richtung des durchgehenden Strahles polarisiertes Seitenlicht. In letzterem Falle ist das Seitenlicht reflektiert, und der Versuch Tyndalls ermöglicht daher die Inhomogenität einer Flüssigkeit zu entdecken, d. h. eine Trübung nachzuweisen, welche selbst im stärksten Mikroskope nicht erkennbar ist. Für die Lösung der Frage über die Homogenität der Flüssigkeiten gebührt also dem Versuche Tyndalls eine hervorragende Bedeutung; tatsächlich ist er auch in Bezug auf kolloidale Lösungen vielfach angewandt worden.

Ostwald¹⁾ und Paternò²⁾ haben die Vermutung ausgesprochen, daß die kolloidalen Lösungen keine Lösungen im eigentlichen Sinne seien, sondern daß dieselben als eigenartige

1) W. Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chem. 1. p. 527.

2) E. Paternò, Zeitschr. f. phys. Chem. 4. p. 457.

mechanische Mischungen betrachtet werden müßten. In einem speziellen Falle, nämlich für Carey Leas lösliches Silber geben Barus und Schneider¹⁾ die experimentellen Bestätigungen dieser Theorie. Picton und Linder²⁾ haben eine große Anzahl kolloidaler Lösungen untersucht, aber nur in seltenen Fällen mit Hülfe des Mikroskopes eine Trübung gefunden; dagegen erhielten sie positive Resultate bei Benutzung der Tyndallschen Methode. Auf Grund dieser Tatsachen sieht Bredig³⁾ das charakteristische Kennzeichen kolloidaler Lösungen in ihrer mittels des Nikols erkennbaren Inhomogenität. Bredig gibt eine fast vollständige Zusammenfassung der Tatsachen, welche die Vermutung bestätigen, daß die in Frage stehenden Lösungen nichts anderes als außerordentlich fein suspendierte mechanische Teilchen der kolloidalen Substanz enthalten. Die von ihm entdeckte Darstellungsweise der Salze durch Zerstäubung der Metalle im Voltaschen Bogen hält er für einen neuen Beweis dieser Theorie. Ihre wichtigste Begründung aber findet dieselbe in der Opaleszenz kolloidaler Lösungen. Aus diesem Grunde sind nun diejenigen Opaleszenzerscheinungen, welche bei nichtkolloidalen Lösungen eintreten, von ganz besonderer Bedeutung.

Viele Beobachter bemerkten eigenartige Opaleszenzerscheinungen an Lösungen, welche sich in der Nähe des kritischen Punktes befanden, d. h. deren Temperatur und Zusammensetzung der kritischen nahe waren. Rothmund⁴⁾ beschreibt diese durchaus bemerkenswerte und „rätselhafte“ Erscheinung wie folgt: „Bei vielen Flüssigkeitspaaren, und zwar am deutlichsten bei solchen, deren Untersuchung scharf und sicher ausführbar war, bei Phenol, Isobuttersäure, Triäthylamin und Wasser, sowie bei Methylalkohol und Schwefelkohlenstoff, zeigt sich nach dem Erhitzen über die kritische Lösungstemperatur eine *deutliche bläuliche Opaleszenz der Flüssigkeit*. Dieselbe nimmt bei weiterer Temperatursteigerung ab, läßt sich aber oft 10° und manchmal noch höher über der kritischen Tempe-

1) C. Barus u. Schneider, Zeitschr. f. phys. Chem. 8. p. 278.

2) H. Picton u. S. E. Linder, Journ. of the Chem. Soc. 61. p. 148. 1892.

3) G. Bredig, Anorganische Fermente 1901.

4) V. Rothmund, Zeitschr. f. phys. Chem. 26. p. 446. 1898.

ratur mit Sicherheit wahrnehmen und verschwindet bei weiterem Erhitzen ganz allmählich, ohne daß es möglich ist, irgend einen bestimmten Punkt anzugeben, bei dem dies eintritt. Wenn die Lösung von einer Temperatur an, bei der sie nicht mehr opalisierte, langsam abgekühlt wurde, so beobachtete ich folgendes: Allmählich, ohne daß man irgend einen Anfangspunkt angeben könnte, zeigte sich ein leichter bläulicher Schleier über die Flüssigkeit gebreitet, der beim Abkühlen immer dichter und deutlicher wurde. Doch verlor dabei die Lösung ihre Durchsichtigkeit nicht, es konnten z. B. durch das Röhrchen die Teilstriche des Thermometers mit vollständiger Schärfe gesehen werden. Bei weiterem Abkühlen trat dann, und zwar sehr präzise eine dicke milchige Trübung auf, und gleich darauf trennte sich die Lösung in zwei Schichten. Diese sonderbare Opaleszenz zeigte sich *nur dann, wenn die Konzentration nicht weit von der kritischen entfernt war.*“

Nach der Ursache dieser Erscheinung forschend, untersucht der Autor die nächstliegende Erklärung, welche in diesem Falle gegeben werden könnte. Man könnte in erster Linie erwarten, daß die Opaleszenz bedingt ist durch die Anwesenheit kleinster Tröpfchen, welche von der Flüssigkeit vor ihrer Zerlegung in zwei Schichten ausgeschieden worden seien. Diese Erklärung verwirft der Autor auf Grund der von Lord Kelvin¹⁾ ausgesprochenen Regel, daß in Dämpfen die großen Tropfen auf Kosten der kleinen wachsen müssen, und auch auf Grund der analogen Behauptung Warburgs²⁾, laut welcher die kleinen Tropfen leichter löslich sind als große. Eine Flüssigkeit, welche kleine Tropfen ausgeschieden hat, muß also in Bezug auf große übersättigt sein, weshalb die einmal entstandene Trübung schnell anwachsen muß. Diesen Charakter trägt denn auch die Bildung der milchigen Trübung, welche dem Zerfall der Lösung in zwei Schichten vorausgeht; die einmal erschienene Opaleszenz dagegen wächst bei konstanter Temperatur *nicht* und führt auch nicht zur Scheidung der Flüssigkeit. Zu irgend einer anderen Erklärung dieser merkwürdigen Erscheinung entschließt sich der Autor nicht. Einer

1) Lord Kelvin, Proc. Roy. Soc. Edinb. 7. p. 63. 1870.

2) E. Warburg, Wied. Ann. 28. p. 394. 1886.

vielseitigen Untersuchung derselben ist eine Arbeit Friedländers gewidmet: „Über merkwürdige Erscheinungen in der Umgebung des kritischen Punktes teilweise mischbarer Flüssigkeiten.“¹⁾ Der Autor hat die innere Reibung, die elektrische Leitfähigkeit, das Volumen und das Lichtbrechungsvermögen von Lösungen der Isobuttersäure im kritischen Zustande untersucht, die Ergebnisse dieser Beobachtungen mit der Intensität der Opaleszenz verglichen und endlich den Schluß gezogen, daß die, auch im kritischen Zustande vollständig von Temperatur und Zusammensetzung abhängigen Eigenschaften der Lösungen, sich mit der Zeit nicht ändern. Auch die Opaleszenz, das charakteristische Kennzeichen des kritischen Zustandes, ist von der Zeitdauer unabhängig. Das Maximum der Opaleszenz entspricht, scheint es, der kritischen Konzentration. Der Opaleszenz analog verändern sich die Temperaturkoeffizienten der inneren Reibung. Die Ausdehnungskoeffizienten, die Temperaturkoeffizienten der elektrischen Leitfähigkeit und des Brechungsvermögens bleiben dagegen beinahe konstant bis zum Zerfall der Lösung und zeigen folglich in der Umgebung des kritischen Punktes nichts Auffallendes. Der Brechungsindex opaleszierender Lösungen zeigte nur minimale Abweichungen von den Werten, welche sich als Folge des additiven Verhaltens für völlig klare Lösungen erwarten ließen. Schließlich analysiert der Autor einige Vermutungen über die Natur der Lösungen, welche in der Umgebung des kritischen Punktes opaleszieren. Wie schon Rothmund, weist auch er auf die Schwierigkeiten hin, welche an die Erklärung der Opaleszenz durch Anwesenheit kleinster Tröpfchen geknüpft sind. Die von der Zeit unabhängige Bestimmtheit der Eigenschaften solcher Lösungen im kritischen Zustande zeigt, daß, wenn die Opaleszenz im gegebenen Falle wirklich von Tröpfchen abhängt, der Durchmesser derselben für jede gegebene Temperatur einen ganz bestimmten Wert haben muß. Eine bestimmte Begründung der Opaleszenz in Flüssigkeitslösungen beim kritischen Punkte ist somit nicht gegeben worden.

In der vorliegenden Arbeit habe ich mir die Aufgabe gestellt, den Zusammenhang zwischen der Opaleszenz und den

1) S. Friedländer, Zeitschr. f. phys. Chem. 38. p. 385. 1901.

Veränderungen der Teildrucke der Dämpfe zu bestimmen. Die Veränderungen des Dampfdruckes bilden nämlich das wichtigste Kennzeichen für Lösungen.¹⁾ Es ließ sich vermuten, daß eine derartig charakteristische Eigenschaft der Lösungen im kritischen Gebiete sich abspiegeln muß in eigenartigen Veränderungen des Teildruckes der Dämpfe beider, die Lösung bildenden Flüssigkeiten. In erster Beziehung mußte nun ein nicht vollständig lösliches Flüssigkeitspaar gefunden werden, dessen kritische Temperatur niedrig genug liegt, um eine genaue Messung der Teildrucke wie auch der Löslichkeitswerte zu gestatten. Diesen Bedingungen genügen, wie ich gefunden habe, die Lösungen des Anilins und Amylens (Trimethyläthylen). Die Maximaltemperatur für den Zerfall solcher Lösungen in zwei Schichten (die kritische Temperatur) ist $+ 14,5^{\circ}$. Bei dieser Temperatur ist der Teildruck des Anilindampfes äußerst gering, sodaß der Gesamtdruck über der Lösung in den Grenzen des Versuchsfehlers dem Teildrucke des Amylendampfes gleich gesetzt werden kann. Die Beobachtungen wurden an Lösungen des genannten Flüssigkeitspaares ausgeführt; um jedoch einen vollständigen Überblick über die gefundenen Beziehungen zu haben, wurden auch einige andere Flüssigkeitspaare mit analoger Flüchtigkeitsdifferenz untersucht.

II. Messungsmethode des Dampfteildruckes.

Dank der oben genannten Wahl des Flüssigkeitspaares war die Messung des Dampfteildruckes bedeutend vereinfacht. Für den allgemeineren Fall, daß die Tension beider Flüssigkeiten berücksichtigt werden muß, hat Zawidzki²⁾ unlängst die Untersuchungsmethoden angegeben. In solchen Fällen werden die Teildrucke indirekt bestimmt aus den Werten für den Druck und die Zusammensetzung des Dampfgemisches. Bei den von mir gewählten Bedingungen, wenn die Tension der einen Flüssigkeit vernachlässigt werden kann, läßt sich der gesuchte Teildruck unmittelbar finden.

1) D. Konowalow, Journ. d. Russ. Chem. Gesellsch. 16. p. 11. 1884.

2) Zawidzki, Zeitschr. f. phys. Chem. 35. p. 129. 1900.

In dieser Form ist die vorliegende Frage schon von Raoult teilweise bearbeitet worden. Seine bekannten Untersuchungen, deren Resultat das einfache Gesetz von der Depression des Teildruckes war, hatten schwache Lösungen zum Objekt, bei welchen der schwer flüchtige Anteil nur in geringer Menge vorhanden war. Bei solchen Konzentrationen sind die Änderungen in der Zusammensetzung der Lösung, welche durch die von Raoult benutzte statische Methode bedingt werden, von keinem wesentlichen Einflusse auf die Konzentration des nicht flüchtigen Anteiles der Lösung. Bei meinen Versuchen mit Lösungen mittlerer Konzentration war die wichtigste Aufgabe eine möglichst vollständige Beseitigung jeglicher Veränderlichkeit in der Zusammensetzung der Lösung, welche etwa durch die Manipulationen der Messungen hätte eintreten können. Ich benutzte daher die dynamische Methode, deren ich mich schon früher mehrfach bedient hatte; diese Methode beruht auf der Gewichtsbestimmung des von einem bestimmten Volumen Luft entführten Dampfes; die Flüssigkeit selbst befand sich in einem Kugelapparat. Es war hier bloß erforderlich, diese Methode der Beobachtung an sehr leicht flüchtigen Flüssigkeiten anzupassen und für eine genaue Regulierung der Temperatur des Apparates zu sorgen. Das Gewicht des von der Luft entführten Dampfes wurde nach dem Gewichtsverlust des Kugelapparates bestimmt. Um eine genaue und schnelle Wägung erzielen zu können, wurde der Apparat nicht in ein Wasser-, sondern in ein Quecksilberbad (ein schmiedeeisernes Gefäß) getaucht; letzteres befand sich seinerseits in einem großen Wasserbade mit mechanischem Rührer.

Der Kugelapparat bestand aus neun Kugeln von einem Gesamtrauminhalte von 40 ccm; die Kugeln waren in Reihen zu je drei angeordnet, wie aus nebenstehender Fig. 1 ersichtlich ist. Dank dieser Form ist der schädliche, nicht mit Flüssigkeit gefüllte Raum des Apparates bis auf ein Minimum reduziert. Wenn der Apparat aus dem Bade herausgenommen war, wurde er vor der Wägung auf einer chemischen Wage mit einem Pinsel abgewischt. Um bei der Untersuchung sehr leicht

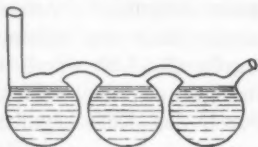


Fig. 1.

flüchtiger Flüssigkeiten übereinstimmende Resultate zu erzielen, war es nötig, für einen besonders sicheren und dabei doch bequemen Verschuß des Apparates zu sorgen. Das Kugelsystem endigte in zwei senkrechten Röhren, deren eine, durch welche die mit Dämpfen gesättigte Luft den Apparat verließ, eine Kapillarröhre war; die Zufuhröhre dagegen, welche gleichzeitig zum Einfüllen der Lösung diente, hatte ein weiteres Kaliber. Der ganz besonders wichtige Verschuß

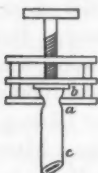


Fig. 2.

der erstgenannten Röhre wurde auf folgende Weise ausgeführt (Fig. 2). Ein gewöhnlicher Schraubensquetschhahn wurde bei *a* mit einem seitlichen Einschnitte versehen, in welchen der Hals am Ende der Kapillare genau hineinpaßte; durch Anziehen der Schraube wurde ein dünnes Korkplättchen *b* gegen die Öffnung der Röhre gepreßt und hierdurch der Verschuß bewerkstelligt. — Die Zufuhröhre wurde durch einen kurzen Gummischlauch und unmittelbar darauf gesetzten Quetschhahn geschlossen. Mit diesen Verschlüssen wurde der Apparat gewogen.

Falls die Versuchstemperatur über der gewöhnlichen lag, mußte der Möglichkeit einer Kondensation des Dampfes in dem oberen Teile der Abfuhröhre vorgebeugt werden. Zu diesem Zwecke wurden die entsprechenden Teile des Apparates mit einem metallischen Rohre umwunden, durch welches vorgewärmtes Wasser zirkulierte. Um den Einfluß der äußeren Temperatur auf das Quecksilberbad mit dem Kugelapparat zu beseitigen, wurde im eisernen Gefäß, in einiger Höhe über dem Quecksilber, ein dicker Pappdeckel angebracht, durch welchen die Zu- und Abfuhröhre des Apparates herausragten; durch diesen Deckel wurde ferner ein in $0,2^{\circ}$ geteiltes Thermometer eingeführt. Aus einem dickwandigen Gefäße, welches in einem Bade von bestimmter Temperatur untergebracht war, wurde die Luft durch langsam hineintropfendes Wasser verdrängt und, nachdem sie über Schwefelsäure getrocknet war, durch den Kugelapparat geleitet; die Verdrängung der Luft aus oben genanntem Reservoir geschah durch Hineintropfen von Wasser aus einer Mariotteschen Flasche, deren Gewichtsverlust während des Versuches das Volum der verdrängten Luft anzeigte. Die Zuleitungsröhre, welche die Luft in den

Kugelapparat führte, war mit einem Wassermanometer verbunden; letzterer diente zur Beobachtung des Druckes im Apparate während der Versuche, wie auch zur Kontrollierung vor den Versuchen, ob das ganze System luftdicht zusammengefügt war. Außerdem wurde auch noch eine Kontrolle durch Wägung ausgeführt: der Kugelapparat wurde mit einer flüchtigen Flüssigkeit angefüllt, geschlossen und gewogen; darauf wurde er auf die Dauer des Versuches in das Quecksilberbad gesetzt und zum Schlusse abermals gewogen.

Die Lösungen wurden hergestellt durch Abwägen der Flüssigkeiten in einem Kolben mit eingeschliffenem Stöpsel und Schutzglocke (zuerst wurde die schwerflüchtige Substanz abgewogen); die Flüssigkeiten wurden gemischt und darauf mittels eines dünnen Hebers, welcher durch die Zuführungsröhre des Kugelapparates eingeführt wurde und bis in die erste Kugel reichte, in den Apparat eingefüllt.

Die Versuche wurden auf folgende Weise ausgeführt. Der gefüllte Kugelapparat wurde auf einige Zeit offen in das Quecksilberbad gesetzt und darauf gewogen. Hierauf wurde er von neuem in das Bad gesetzt, die Zufuhrrohr wurde mit dem Manometer verbunden, nach einiger Zeit die Ausströmungsröhre geöffnet und hierauf ein langsamer Luftstrom durchgeschickt. Die Temperatur des Luftreservoirs wurde konstant auf 18° erhalten, da bei dieser Temperatur die Wärmeausdehnung der Luft vernachlässigt werden konnte dank einer Vereinfachung der Formel, welche letzterer folgende Gestalt gibt:

$$S = \frac{g/v(B_0 + h)}{g/v + (B_0 + h - 15,3)n};$$

S ist die gesuchte Dampfspannung, g das Gewicht der im Luftstrom verdampften Flüssigkeitsmenge (der Gewichtsverlust des Kugelapparates), v das Volumen der durchgeschickten Luft, gemessen bei 18°, B_0 die Barometerhöhe bei 0°, h der Stand des Manometers in Millimeter Quecksilber und n das Verhältnis des Normalgewichtes der flüchtigen Flüssigkeit zum Normalgewicht des Wassers (18).

Bei der Untersuchung der Methode war es vor allen Dingen wichtig, die Überzeugung zu gewinnen, daß die Änderungen in der Zusammensetzung der Flüssigkeit während eines

Versuches die letzte Kugel nicht erreichen, und daß die gefundene Dampfspannung wirklich als der ursprünglichen Lösung gehörig betrachtet werden kann. Zur Kontrolle konnte ein Vergleich der Resultate dienen, welche bei Wiederholung des Versuches an ein und derselben Füllung erhalten wurden. Es ergab sich, daß bei weitem in den meisten Fällen die erhaltenen Werte um nicht mehr als 0,25 Proz. untereinander differierten und daß dieser Umstand auch einer fehlerhaften Bestimmung der Temperatur der Lösung zugeschrieben werden konnte. Als Beispiel führe ich hier die Resultate der Beobachtungen an drei Anilin-Amylenlösungen bei $25,1^{\circ}$ an; mit M bezeichne ich die in der Lösung enthaltene Menge Amylen in Molekulargewichtsprozenten, mit Z die Zeitdauer des Luftstromes; alle übrigen Bezeichnungen sind dieselben wie in der obigen Formel. Unter I. sind die Resultate des ersten Versuches, unter II. diejenigen des zweiten an ein und derselben Füllung angeführt.

$M = 50,1.$

I.	II.
$Z = 55 \text{ Min.}$	$Z = 35 \text{ Min.}$
$v = 272,9 \text{ ccm}$	$v = 291,15 \text{ ccm}$
$g = 1,1665 \text{ g}$	$g = 1,2395 \text{ g}$
$h = 0,1 \text{ mm}$	$h = 0,1 \text{ mm}$
$B_0 = 761,2$	$B_0 = 761,7$
$S = 453,5$	$S = 452,7$

$M = 59,8.$

I.	II.
$Z = 35 \text{ Min.}$	$Z = 35 \text{ Min.}$
$v = 261,5 \text{ ccm}$	$v = 271,35 \text{ ccm}$
$g = 1,108 \text{ g}$	$g = 1,1520 \text{ g}$
$h = 0,12$	$h = 0,12$
$B_0 = 749,3$	$B_0 = 749,7$
$S = 447,7$	$S = 448,0$

$M = 77,7.$

I.	II.
$Z = 40 \text{ Min.}$	$Z = 25 \text{ Min.}$
$v = 255,9 \text{ ccm}$	$v = 136,7 \text{ ccm}$
$g = 0,8970 \text{ g}$	$g = 0,4715 \text{ g}$
$h = 0,1$	$h = 0,1$
$B_0 = 743,8$	$B_0 = 744,4$
$S = 411,7$	$S = 408,5$

Für die beiden ersten Lösungen sind die Resultate des ersten und des zweiten Versuches einander sehr nahe, wobei der zweite Versuch sowohl einen kleineren als auch einen größeren Wert geben kann; die Veränderlichkeit der Lösung in den letzten Kugeln geht also nicht über die Grenzen des Versuchsfehlers hinaus. Für die dritte Lösung hingegen übersteigt die Differenz der beiden Resultate den möglichen Versuchsfehler: die während des Versuches vor sich gegangenen Änderungen in der Zusammensetzung der Lösung haben deutlich auf das Resultat eingewirkt. Dieser Versuch bezieht sich auf jene Lösungen, deren Dampfspannung mit der Konzentration des Anilins stark variiert. In solchen Fällen läßt sich eine bessere Übereinstimmung erzielen, wenn die durchgeschickte Luftmenge vermindert wird, was sich, wenn nur die Spannung hoch ist, ohne schädlichen Einfluß auf die Genauigkeit des Versuches tun läßt. Bei Versuchen an einer Lösung Isopentan und Nitrobenzol, welche 78,2 Molengewichtsprocente der letzteren Flüssigkeit enthielt und ebenfalls zu jenen Lösungen gehört, deren Dampfspannung in hohem Grade von der Zusammensetzung abhängt — gab der erste Versuch 479,6, der zweite dagegen 468,1 mm, wobei jedesmal ca. 300 ccm Luft durchgeschickt wurden und die Temperatur $18,1^{\circ}$ betrug. Bei so hohen Werten der Dampfspannung jedoch kann man das durchgeschickte Luftvolumen auch kleiner nehmen, wie z. B. folgende Versuche an einer anderen Lösung, Isopentan und Nitrobenzol zeigen, wobei $M=5,9$ und $t=18,1^{\circ}$: das erste Resultat, bei $v=77$ ccm, gab $S=514,1$, das zweite, bei $v=100,4$, gab $S=514,4$. Die Größe g/v ist als Summand im Nenner der Formel enthalten, welche die Dampfspannung angibt; je größer daher dieser Bruch ist, um so weniger beeinflußt eine Ungenauigkeit in der Bestimmung derselben den berechneten Wert der Dampfspannung; ferner, wenn die Dampfspannung einige Hundert Millimeter beträgt, ist der Fehler in ihrer Bestimmung mehrmals kleiner als der Fehler in der Bestimmung der Größe g/v . Kraft dieser Eigentümlichkeit der Methode und dank dem Umstande, daß ich in allen untersuchten Fällen mit hoher Dampfspannung zu tun hatte, brauchte das Gewicht des von der Luft mitgenommenen Dampfes der schwerflüchtigen Flüssigkeit nicht berücksichtigt zu werden. Ein Liter Luft

nimmt z. B. bei 18° aus reinem Nitrobenzol 2—3 Milligramm mit, was einer Dampfspannung von 0,3—0,4 mm entspricht und in Bezug auf die Größe g/v für die oben genannte Lösung mit wenig Isopentan ($M=78,2$) weniger als 0,1 Proz. ausmacht. Alle erhaltenen Werte wurden kontrolliert durch einen zweiten Versuch mit derselben Füllung und wurde das Resultat als befriedigend anerkannt, wenn die Differenz nicht mehr als 0,3 Proz. betrug. Dieselbe Methode wurde auch bei Untersuchung der zu beobachtenden Flüssigkeiten auf ihre Reinheit angewandt. Bei ungenügender Reinigung der Flüssigkeiten differierten die Resultate zweier Versuche um ein beträchtliches. So wurde für ungenügend gereinigtes Amylen bei $18,1^{\circ}$ zuerst gefunden $S=389,6$ und gleich darauf $S=385,2$. Für Äther gab der erste Versuch $S=541,7$, der Kontrollversuch dagegen $S=539,0$. Derartige Differenzen bewiesen die Unumgänglichkeit einer neuen Reinigung; ein vorzügliches Resultat wurde erzielt bei längerem Durchschicken eines Luftstromes. Amylen, welches sorgfältig von Alkohol befreit, getrocknet und einem anhaltenden Luftstrom ausgesetzt worden war, gab folgende Resultate:

t	S	
	I.	II.
0°	180,6	180,5
$14,1^{\circ}$	330,8	331,3
$18,1$	391,1	389,7

Sorgfältig gereinigter Äther gab in einer Reihe von Versuchen für S folgende Werte: bei 18° 412—414 mm, im Mittel 413 mm, bei 25° 540 mm. Nach Ramsay und Young¹⁾ ist die Dampfspannung des Äthers bei 18° gleich 408 mm, bei 25° 541 mm. Es versteht sich von selbst, daß eine so gute Übereinstimmung mit den direkt gemessenen Werten der Dampfspannung nur dann möglich ist, wenn die Dichte des gesättigten Dampfes der untersuchten Substanz in der Luft der theoretischen Dichte, welche dem Normalgewicht entspricht, nahe kommt, was bei der Formel auch vorausgesetzt ist. Für den Zweck der vorliegenden Untersuchung ist übrigens weniger die absolute Genauigkeit der Werte, als vielmehr ein Vergleich derselben von grundlegender Bedeutung.

1) Landolts Tabellen.

III. Die Grenze der Homogenität in dem kritischen Gebiet der Lösungen.

Für die Untersuchung des Zusammenhanges zwischen der Zusammensetzung der Lösung und den Werten des Dampfdruckes in dem kritischen Gebiet ist es erforderlich, die Grenze der Homogenität in dieser Gegend genau festzustellen. Hier muß nun zunächst die Frage erörtert werden, mit welcher Sicherheit auf dem Wege der gewöhnlichen Beobachtungen über die gegenseitige Löslichkeit der Flüssigkeiten, die Grenze der Homogenität in dem kritischen Gebiet festgestellt werden kann. Es treten uns hier die Erscheinungen der Opaleszenz entgegen, welche scheinbar auf ein Verschwinden der Homogenität der Lösung hindeuten, bevor noch der Zerfall in zwei Schichten eingetreten ist. Das von mir gewählte Flüssigkeitspaar, Amylen und Anilin, zeigt die Erscheinungen der Opaleszenz sehr deutlich und ganz übereinstimmend mit der Beschreibung, welche Rothmund für andere Fälle gegeben hat. Was soll hier als Grenze der Homogenität angesehen werden? Rothmund wie auch andere Beobachter halten das Auftreten der dichten milchigen Trübung, nicht aber die mehr oder weniger scharf ausgeprägte Opaleszenz für den Moment des Eintrittes der Inhomogenität. Eine außerordentlich günstige Bedingung bilden im gegebenen Falle die charakteristischen Eigenschaften der Trübung, nämlich ihr dichtes milchiges Aussehen, welches die Temperatur ihres Erscheinens mit großer Genauigkeit zu bestimmen gestattet, ungeachtet der starken Opaleszenz der Lösung. Mit zunehmender Entfernung vom kritischen Punkte wird die Opaleszenz weniger deutlich, gleichzeitig ändert sich aber auch das Aussehen der Trübung, welche dem Zerfall der Lösung vorausgeht: sie erscheint weniger milchig, wird immer durchsichtiger und bildet schließlich einen schwer erkennbaren Staub.¹⁾ In größerer Entfernung vom kritischen Punkte ist es häufig innerhalb einiger Zehntel Grade zweifelhaft, ob der Moment der Inhomogenität der Lösung eingetreten ist oder nicht, obgleich hierbei die Opaleszenz dem bloßen Auge vollständig unsichtbar ist.

1) Friedländer, l. c.

Rothmund meint, daß der optische Effekt bei dem Auftreten der Trübung um so schärfer, die Methode um so empfindlicher ist, je mehr sich die Brechungskoeffizienten der beiden, die Lösung bildenden Flüssigkeiten voneinander unterscheiden. Eine ähnliche Meinung spricht auch Guthrie¹⁾ aus. Hierauf entgegnet Friedländer mit Recht, daß, falls wirklich der Unterschied der Brechungsexponenten eine so bedeutsame Rolle spielen sollte, die Trübung vor dem Zerfall am undeutlichsten wäre bei jenen Lösungen, welche sich in der Nähe ihres kritischen Punktes befinden, denn hier ist der Unterschied in der Zusammensetzung der Schichten und folglich auch des Brechungsvermögens am geringsten. In Wirklichkeit haben wir aber gerade das Gegenteil. Ebensowenig wird die genannte Meinung bestätigt durch eine von Friedländer ausgeführte Zusammenstellung der Versuchsfehler, welche Rothmund für einzelne Flüssigkeitspaare angibt. In ein und derselben Lösung, Methyläthylketon mit Wasser, reichte z. B. der Unterschied zwischen den Temperaturen des Erscheinens und des Verschwindens der Trübung bis an $3,6^\circ$, während in einer Lösung Hexan und Methylalkohol derselbe $0,8^\circ$ nicht überstieg, obgleich die Differenz der Brechungsexponenten in beiden Fällen dieselbe ist ($0,047$ für n_D bei 20°). Sehr häufig ist der Versuchsfehler noch bedeutend kleiner als eben angeführt. Guthrie hat gezeigt, daß Lösungen von Triäthylamin und Wasser das Erscheinen und Verschwinden der Trübung so deutlich erkennen lassen, daß dieser Moment innerhalb $0,025^\circ$ genau festgestellt werden kann. Nach allem diesen bleiben also die Ursachen unaufgeklärt, welche die Genauigkeit einer Bestimmung der Homogenitätsgrenze beeinflussen. Im folgenden führe ich Erwägungen an, welche, wie mir scheint, die Frage befriedigend lösen. Die Intensität des optischen Effektes bei der Trübungserscheinung in der Lösung hängt in erster Linie von der Menge der Trübung ab. Bei einer bestimmten Temperaturveränderung scheidet eine gesättigte Lösung ein bestimmtes Volumen der neuen Lösung aus. Diese neue Lösung hängt anfänglich als Trübung in der Flüssigkeit, und diese Trübung erscheint um so deutlicher, je größer das Verhältnis-

1) A. Guthrie, Phil. Mag. (5) 18. p. 30. 504. 1884.

mäßige Volumen der ausscheidenden Schicht ist. Es seien in der Volumeneinheit der bei einer Temperatur t gesättigten Lösung v Volumeneinheiten des Lösungsmittels A enthalten. Bei einer Veränderung der Temperatur um Δt scheidet sich eine Lösungsschicht aus, welche in der Volumeneinheit v'' Volumina der Flüssigkeit A enthält, die ursprüngliche Lösung aber wird ihre Zusammensetzung um Δv ändern und wird daher enthalten: $v_1 = v + \Delta v$. Die Flüssigkeit A wird sich so verteilen, daß ihr Volumen in der einen Schicht $x v_1$, in der anderen dagegen $(1 - x)(v + \Delta v)$ sein wird. Das Volumen der ausgeschiedenen Schicht x wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$x v_1 + (1 - x)(v + \Delta v) = v$$

und hieraus folgt

$$(I) \quad x = \frac{\Delta v}{v_1 - v''},$$

d. h. das Volumen der Schicht, welche sich bei einer bestimmten Temperaturänderung der gesättigten Lösung ausscheidet, ist um so größer, je geringer der Unterschied in der Zusammensetzung der beiden Schichten ist und je größer die hierbei vor sich gegangene Veränderung in der Zusammensetzung der ursprünglichen Lösung ist. Die Empfindlichkeit dieser Methode, die Homogenitätsgrenze einer Lösung durch das Auftreten der Trübung zu bestimmen, ist um so größer, je stärker die Trübung bei einer Änderung der Temperatur anwächst, je schneller die ausscheidende Schicht an Volumen zunimmt. Die Empfindlichkeit der Methode ist also proportional dem Differentialquotient dx/dt , welches sich aus der Formel (I) berechnet:

$$(II) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dv/dt}{v_1 - v''}.$$

Diese Formel zeigt die Abhängigkeit der Empfindlichkeit genannter Methode von der Form der Löslichkeitskurve: das Auftreten einer Trübung in Flüssigkeitslösungen läßt sich um so genauer beobachten, je flacher im gegebenen Punkte die Kurve ist, welche die Abhängigkeit zwischen der Temperatur und der Zusammensetzung der gesättigten Lösung darstellt und je geringer der Abstand zwischen zwei Punkten dieser Kurve ist, welche auf ein und derselben Horizontalen liegen. Für eine kritische Lösung erreicht dv/dt den höchsten Wert, nämlich $dv/dt = \infty$; der

Wert für $v, - v_{\infty}$ ist hier dagegen am geringsten und die Methode erhält ihre größte, man kann sagen eine unbegrenzte Genauigkeit.

Eine ähnliche Empfindlichkeit müssen auch alle Lösungen zeigen, deren Zustand jenem Teil der Kurve entspricht, welcher fast horizontal verläuft; in diesem Falle ist dv/dt fast gleich ∞ .

Die von Guthrie erwähnte außerordentliche Empfindlichkeit, welche Lösungen von Triäthylamin und Wasser gegen Temperaturänderungen zeigen, ist ein hierher gehöriger Fall: die Kurve, welche die Abhängigkeit der Trübungstemperatur von der Zusammensetzung darstellt, ist für 15 bis 50 Proz. Lösungen fast eine horizontale Gerade. In dem kritischen Gebiet sind die Kurven sehr flach, was eine ganz allgemeine Regel ist. Im Zusammenhang hiermit befindet sich die bedeutende Empfindlichkeit der Methode und das charakteristische milchige Aussehen der Trübung in diesem Gebiet: schon bei einer geringen Temperaturänderung der gesättigten Lösung scheidet sie eine Menge der neuen Lösung aus und bildet also eine reichliche Trübung, welche der Flüssigkeit das milchige Aussehen verleiht. Lösungen, welche vom kritischen Punkte weit entfernt sind, deren Verhalten also durch den steilen Teil der Kurve veranschaulicht wird, scheiden, falls sie auch gesättigt sind, nur sehr wenig der neuen Lösung aus, sie bilden eine undeutliche Trübung. Für eine kritische Lösung gilt schon bei der geringsten Temperaturänderung:

$$v, - v_{\infty} = 2 dv \text{ und } x = \frac{dv}{2 dv} = \frac{1}{2},$$

d. h. eine kritische Lösung verliert bei geringfügiger Temperaturänderung ihre Homogenität und bildet zwei Schichten von gleichem Volumen. Diese charakteristische Eigentümlichkeit der Lösungen von kritischer Zusammensetzung kann auch bei Temperaturen, welche von der kritischen recht weit entfernt sind, hervortreten, sobald die Kurve der Trübungstemperaturen in Bezug auf die Ordinate der kritischen Lösung symmetrisch verläuft. Jedenfalls vermag sie die Auffindung der kritischen Zusammensetzung einer Lösung zu erleichtern. Die dargelegten Erwägungen zeigen, daß gerade in dem kritischen Gebiet die Grenzen der Homogenität am schärfsten ausgeprägt sein müssen; daher

muß die in der Nähe dieser Grenzen zu beobachtende Opaleszenz als selbständige Erscheinung angesehen werden, welche von dem, nach den Gesetzen der gegenseitigen Löslichkeit erfolgenden Zerfall einer Lösung wohl zu unterscheiden ist. Es muß angenommen werden, daß der Zustand einer wirklichen Inhomogenität und der Zustand der Opaleszenz streng voneinander geschieden sind. In Übereinstimmung mit den früheren Beobachtern halte ich das Erscheinen der charakteristischen milchigen Trübung für die Grenze der Homogenität in dem kritischen Gebiet.

Die Bestimmung der Homogenitätsgrenze in Lösungen von Anilin und Amylen wurde nach der Methode von W. F. Alexejew ausgeführt, welche bereits vielfach mit Erfolg zur Bestimmung der gegenseitigen Löslichkeit von Flüssigkeiten angewandt worden ist. Das Amylen (Trimethyläthylen) wurde aus reinem tertiären Amylalkohol durch Erhitzen mit entwässerter Oxalsäure erhalten, darauf sorgfältig mit Wasser gewaschen, mit Chlorcalcium getrocknet, schließlich noch mit metallischem Natrium bearbeitet und destilliert. Das Anilin wurde aus einem reinen Präparat (von Kahlbaum) durch Trocknen mit Ätzkali und Destillation gewonnen. Für die Versuche dienten zugeschmolzene Röhren, in welchen die Flüssigkeiten vorher nach Gewicht zusammengemischt worden waren. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt; p bezeichnet den Gehalt der Lösung an Anilin in Prozenten, M die Anzahl der Anilinmoleküle unter 100 Molekülen der Lösung, t die Temperatur, bei welcher die Trübung in der Lösung erschien.

Tabelle 1.

Die Grenzen der Homogenität in Lösungen von Anilin und Amylen.

M	p	t	M	p	t
16,1	20,2 %	3,9°	49,4	56,5 %	14,28°
17,4	23,2	6,8	53,5	60,4	14,15
22,6	28,0	10,1	57,6	64,4	13,2
40,7	47,7	14,3	64,5	70,8	11,2
44,48	51,56	14,45	65,2	71,5	10,7
44,52	51,59	14,5	76,8	81,5	-0,15

Nach diesen Resultaten ist die Kurve (Fig. 3) konstruiert: auf den Abszissen sind die Molenprocente des Gehaltes an

Anilin (M), auf den Ordinaten die Trübungstemperaturen (t) abgetragen. Die größte Ordinate entspricht der Lösung, welche 51,2 Proz., oder 44,5 Molenprozent Anilin enthält. Eine solche Lösung wird auch bei geringfügigem Abkühlen unter $14,5^\circ$ plötzlich milchig, verliert ihre Durchsichtigkeit und teilt sich darauf in zwei Schichten von gleichem Volumen; dieses ist ja

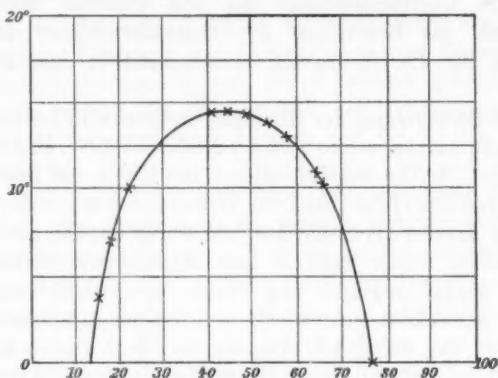


Fig. 3.

auch die charakteristische Eigentümlichkeit der kritischen Zusammensetzung. Sowohl diese Lösung als auch die aus ihr entstehenden Schichten opaleszieren stark. Lösungen von einer der vorigen ähnlichen Zusammensetzung opaleszieren ebenfalls, bei einer Temperaturniedrigung bilden sie auch die charakteristische milchige Trübung, allein sie zerfallen in zwei Schichten von ungleichem Volumen.

IV. Der Teildruck des Dampfes in dem kritischen Gebiet.

Die Dampfspannung des Amylens in seinen Lösungen mit dem Anilin ist bei $0, 8,1, 14,1, 18,1$ und bei $25,1^\circ$ untersucht worden. Die ersten beiden Versuchsreihen beziehen sich auf Fälle, in welchen Mischungen zweier Lösungen vorherrschen; in der dritten Versuchsreihe, bei $14,1^\circ$, kommen derartige inhomogene Systeme bloß in einem kleinen mittleren Anteil vor; in der vierten Reihe, bei $18,1^\circ$, sind alle Mischungen bereits einphasig und zeigen bloß eine mehr oder weniger deutliche

Opaleszenz im mittleren Teile; die fünfte Versuchsreihe endlich charakterisiert die homogenen Lösungen ohne eine mit bloßem Auge sichtbare Opaleszenz. Die Resultate sind in folgenden Tabellen zusammengestellt; *M* bezeichnet den Gehalt der Lösung an Anilin, ausgedrückt in Molenprozenten, *S* bezeichnet den Dampfdruck des Amylens.

Tabelle 2.

Anilin-Amylen.

 $t = 0^{\circ}$.

Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>
1	0	180,6 mm
2	10,9	168,9
3	zwei Schichten	164,8
4	81,5	162

Tabelle 3.

Anilin-Amylen.

 $t = 8,1^{\circ}$.

Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>
5	0	257,8 mm
6	10,9	241,5
7	zwei Schichten	238,1
8	75	234

Tabelle 4.

Anilin-Amylen.

 $t = 14,1^{\circ}$.

Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>	Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>
9	0	331,0 mm	15	45,5	302,0 mm
10	7,5	315,0	16	50,7	302,6
11	20	308,3	17	59,8	303,1
12	25,3	308,0	18	65,3	301,0
13	31,1	303,2	19	75	291,6
14	42,2	301,8	20	80	273,0

Tabelle 5.

Anilin-Amylen.

 $t = 18,1^{\circ}$.

Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>
21	0	391 mm
22	24,2	354,9
23	35,1	352,2
24	49	351
25	69,9	342,7
26	73,1	336,5
27	82	303,1

Tabelle 6.

Anilin-Amylen.

 $t = 25,1^{\circ}$.

Nr.	<i>M</i>	<i>S</i>
28	0	498,9 mm
29	9,2	476,6
30	28,2	458,9
31	49,2	453,8
32	50,1	453,1
33	59,8	447,9
34	66,7	444,2
35	77,7	411,8
36	89,7	295,4

Diese Resultate sind als Kurven in Fig. 4 graphisch dargestellt; auf den Abszissen sind die Molenprocente des Anilins (M) in der Lösung, auf den Ordinaten die Dampfspannung des Amylens (S) abgetragen; die punktierte Linie bezeichnet die Homogenitätsgrenze der Lösungen

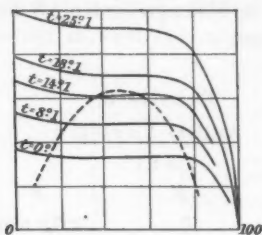


Fig. 4.

Amylen—Anilin.

nach den Resultaten, welche im vorigen Abschnitte angeführt worden sind. Als wesentliche Eigentümlichkeit der Kurven erscheint ihre auffallend allmähliche Formveränderung in Abhängigkeit von der Temperatur. Diese Veränderungen gehen so allmählich vor sich, daß man nach der Form der Kurven die Homogenitätsgrenze dieser Lösungen unmöglich bestimmen könnte. Bei 25,1° reicht der mittlere Teil der Kurve nur sehr wenig von einer Geraden ab; bei 18,1° fällt der mittlere Teil innerhalb der Versuchsfehler mit einer horizontalen Geraden zusammen; bei 14,1° geht der mittlere, horizontale Teil, welcher den wirklichen Mischungen entspricht, sowohl rechts wie links auf bedeutende Entfernungen in Linien über, welche ebenfalls in den Grenzen der Versuchsfehler von einer horizontalen Geraden nicht zu unterscheiden sind.

Wir finden hier eine außerordentlich charakteristische Eigentümlichkeit: *in dem kritischen Gebiet stehen die Lösungen den Mischungen sehr nahe, — bei einer einzigen Phase bleibt hier die Dampfspannung innerhalb der Versuchsfehler ebenso beständig, wie bei zwei Phasen.* Man könnte ja auch im gegebenen Falle vermuten, daß wir in dem kritischen Gebiet keine eigentlichen Lösungen, also nicht eine Phase von veränderlicher Zusammensetzung vor uns haben, sondern zwei konstante Phasen. Im vorigen Abschnitt jedoch ist bewiesen worden, daß gerade in der Nähe des kritischen Punktes die Grenze des Bereiches beider Phasen sich am deutlichsten erkennen läßt. Eine solche Vermutung wird auch durch die gefundenen Werte für die Dampfspannung widerlegt. Derjenige Teil der Kurve, welcher innerhalb der Versuchsfehler mit einer horizontalen Geraden zusammenfällt, erstreckt sich, z. B. bei 14,1°, außerhalb des Bereiches zweier Phasen von 23—36 Molenprozenten Anilin-

gehalt. Um den gleichen Dampfdruck dieser Lösungen durch einen Übergang der Lösung in zwei Phasen zu erklären, müßte man zugeben, daß in ihrer Zusammensetzung Veränderungen vor sich gegangen sind, welche die Bildung einer neuen Phase und zwar in sehr großer Menge hervorrufen mußten. Für die Umwandlung einer Lösung mit 23 Molenprozenten Anilin in eine Mischung zweier Phasen mit einem summarischen Gehalte von 36 Molenprozenten wäre es erforderlich, daß im zweiten Falle in 100 Volumen der Mischung etwa 17 Volumen reinen Anilins enthalten seien, also noch mehr Anilin mit etwas beigemischtem Amylen. Es ist schwer zu begreifen, warum diese Menge einer neuen Phase nicht die Bildung einer Schicht hervorrufen sollte, zumal da die spezifischen Gewichte der die Lösung zusammensetzenden Flüssigkeiten im gegebenen Falle sehr verschieden voneinander sind.

Die Homogenität der Lösungen könnte auch auf Grund ihrer Opaleszenz bezweifelt werden; diese Erscheinung wird jedoch schon durch verschwindend kleine Massen hervorgerufen. Die geringste Menge eines Stoffs in Gestalt einer feinen Trübung reicht aus, um deutliche Opaleszenzerscheinungen hervorzurufen, wie sie etwa in dem kritischen Gebiet der Lösungen beobachtet werden können. Augenscheinlich kann die Bildung einer solchen Trübung, welche die Opaleszenz in dem kritischen Gebiet hervorruft, nicht mit merklichen Änderungen in der Zusammensetzung der Flüssigkeit verknüpft sein, welches auch die relative Menge dieser Trübung sei. Ungeachtet der Trübung ist die Zusammensetzung der homogenen Masse der Lösung nicht merklich von derjenigen verschieden, welche sich ohne Berücksichtigung der Trübung berechnen läßt.

Die außerordentlich geringen Veränderungen des Dampfdruckes müssen als Kennzeichen einer Phase von veränderlicher Zusammensetzung in dem kritischen Gebiet angesehen werden.

Die für Lösungen in dem kritischen Gebiet erhaltenen Resultate stellen einen engen Zusammenhang her zwischen diesen Lösungen und den kolloidalen Lösungen. Einige gemeinschaftliche Kennzeichen dieser und jener sind bereits bekannt (die Opaleszenz, der beständige Schaum, die größere Zähigkeit). Die entdeckte Abhängigkeit zwischen der Zusammen-

setzung und dem Dampfdruck der Lösungen in dem kritischen Gebiet zwingt zur Annahme einer tiefgehenden Analogie. Auch in dem kritischen Gebiet muß die Diffusion außerordentlich langsam vor sich gehen und auch diese Lösungen kann man bezüglich der Konzentrationsänderungen als im indifferenten Gleichgewicht befindlich kennzeichnen. Eine Änderung in der Konzentration der Lösung verlangt fast gar keinen Arbeits-

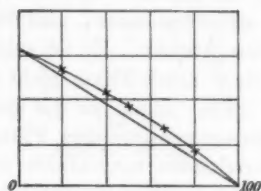


Fig. 5.
Jodmethyl-Nitrobenzol.

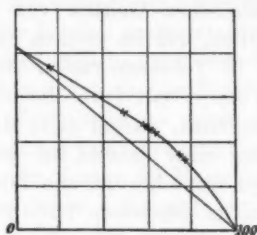


Fig. 6.
Äther-Nitrobenzol.

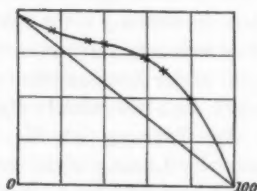


Fig. 7.
Amylen-Nitrobenzol.

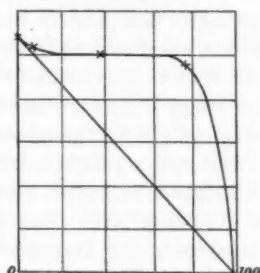


Fig. 8.
Pentan-Nitrobenzol.

aufwand: wie in den kolloidalen Lösungen, so sind auch in den im kritischen Zustand befindlichen Lösungen die geringsten Ursachen ausreichend, um lokale Störungen der Homogenität der Lösung hervorzurufen. Diese Eigentümlichkeit kann, wie ich glaube und weiter unten zu beweisen bemüht sein werde, zum Ausgangspunkt einer Erklärung der Opaleszenz in beiden Fällen herangezogen werden.

Als Beweis dafür, daß die eigenartige Form der Kurven für die Dampfspannung von Lösungen in dem kritischen Ge-

biet mit fast horizontalen Teilen wirklich die eigentlichen, homogenen Lösungen kennzeichnet, kann auch ein Vergleich der Kurvenformen für ein und dasselbe Flüssigkeitspaar bei verschiedenen Temperaturen und für verschiedene Flüssigkeitspaare bei ein und derselben Temperatur dienen. Bei ein und demselben Paare finden wir eine ganz allmähliche Veränderung der Kurvenform, angefangen von den Temperaturen, bei welchen die Lösungen frei sind von jeglichem sichtbarem Merkmal der Inhomogenität bis zu den Temperaturen, bei welchen die Mischungen in einem längeren Intervall der Zusammensetzungen zwei Phasen bilden. Dieselbe allmähliche Änderung der Kurvenform für den Teildruck des Dampfes, nur in größerem Maßstabe, zeigt sich auch bei einem Vergleich der Kurven für verschiedene Flüssigkeitspaare. Die Figg. 5—8 zeigen verschiedene Kurvenformen für den Teildruck des Dampfes, welche nach folgenden Zahlen gezeichnet sind.

Tabelle 7.

Jodmethyl-Nitrobenzol.
 $t = 18,1^\circ$.

Nr.	M	S
1	0	310,7 mm
2	19,7	260,5
3	40	210,7
4	50	185,4
5	66,6	137,1
6	82	79,5

Tabelle 8.

Äther-Nitrobenzol.
 $t = 18,1^\circ$.

Nr.	M	S
1	0	416 mm
2	16	359
3	40,3	294,6
4	50,9	261,6
5	59,1	232,3
6	63,9	215,7
7	66,6	203,5
8	75	166,3
9	76	160,9
10	86,6	98,7
11	92,5	59,53

Tabelle 9.

Amylen-Nitrobenzol.
 $t = 18,1^\circ$.

Nr.	M	S
1	0	391 mm
2	16,5	351,2
3	32,3	332,9
4	41,6	323,7
5	59,9	294,8
6	66,6	263,8
7	78,8	207,9

Tabelle 10.

Pentan-Nitrobenzol.
 $t = 18,1^\circ$.

Nr.	M	S
1	0	536,3 mm
2	5,9	514,3
3	zwei Schichten	504,0
4	78,2	479,6

Die Werte für die Dampfspannung des Amylens in seinen Lösungen mit dem Anilin (bei $18,1^\circ$), nach welchen die Kurve Fig. 9 gezeichnet ist, sind in der Tab. 2 angeführt. Zum bequemeren Vergleich der Kurven sind in die Figuren auch

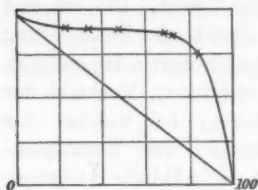


Fig. 9.

Gerade eingezeichnet, welche die Änderungen der Dampfspannungen darstellen müßten, wenn sie bei allen Konzentrationen dem Gesetze von Raoult genau folgen würden. In einem Falle, nämlich für die Nitrobenzol-Jodmethyllösungen folgt die Kurve ziemlich genau der Raoult'schen Geraden; in allen übrigen

Fällen erheben sie sich ganz bedeutend über letztere, wobei die vollständig gleichmäßigen Veränderungen ihrer Form nicht übersehen werden können. Alle Kurven sind zuert konkav und werden später konvex. Diese beiden Krümmungen sind um so stärker, die sie verbindende Mittellinie aber ist einer horizontalen Geraden um so näher, je höher die Kurve sich über die Raoult'sche Gerade erhebt. Im äußersten Falle, bei Nitrobenzol und Pentanlösungen, verläuft die Mittellinie auf einer bedeutenden Strecke gerade so, daß sie hier also zwei Phasen entspricht. Die Ursachen, welche die Abweichungen vom Raoult'schen Gesetze hervorrufen, führen, verstärkt, zu einer Störung der Homogenität, zu einer unvollständigen Löslichkeit der Flüssigkeiten.

Ich hatte bereits Gelegenheit darauf hinzuweisen, daß die Erscheinungen der unvollständigen Löslichkeit von Flüssigkeiten mit der Form der Kurve für den Teildruck des Dampfes ebenso in Zusammenhang gebracht werden könnten, wie dieses in der Theorie von van der Waals für die Umwandlung eines Gases in zwei Phasen — Flüssigkeit und Dampf — angenommen ist. Hierbei muß sich, wie ich gezeigt habe, der Übergang von einer Mischung zweier Phasen zu einer homogenen Lösung bei einer Temperatur vollziehen, welche der kritischen Temperatur der Gase analog ist. Die Bildung einer homogenen Lösung ist unmöglich bei einem Verhältnis, bei welchem der Teildruck des Lösungsmittels mit zunehmender Konzentration abnimmt. Hieraus folgt der natürliche Schluß, daß an Stelle

einer homogenen Lösung zwei Phasen erscheinen, sobald in einem bestimmten Intervall der Zusammensetzung eine solche Verminderung der Dampfteildrucke eintreten müßte.¹⁾ Nach dieser Schlußfolgerung müssen die Kurven für die Dampfteildrucke homogener Systeme, wenn sie sich der Temperatur des Zerfalles der Lösung in zwei Schichten nähern, eine kontinuierliche Änderung ihrer Form zeigen. Die von mir angeführten Tatsachen beweisen, daß diese Veränderungen der Kurvenform sich wirklich durch vollständige Kontinuirlichkeit auszeichnen. Den meinigen analoge Erwägungen bezüglich des Überganges homogener Systeme in zweiflüssige Phasen sind später von Ostwald²⁾ und Rothmund³⁾ gemacht worden, wobei Ostwald mit Hilfe derselben zu einer sehr einfachen Lösung der Frage kam, wie wohl die Zusammensetzung einer kritischen Lösung bestimmt werden könnte. Ostwald beweist, daß bei der kritischen Temperatur und der kritischen Konzentration Lösung und Dampf gleiche Zusammensetzung haben, sodaß die Analyse eines unter der kritischen Lösungstemperatur überdestillierten Teiles des Flüssigkeitspaares direkt die Zusammensetzung der kritischen Lösung ergibt. Dieser Schluß kann nicht für richtig angesehen werden, was aus den Fällen, welche den von mir untersuchten ähnlich sind, klar ersichtlich ist.⁴⁾ Derartige Lösungen geben einen Dampf, welcher einen der beiden Teile in fast reinem Zustande enthält. Bei Lösungen mittlerer Konzentration ist das Verhältnis des Gewichtes der nichtflüchtigen Flüssigkeit zum Gewicht der flüchtigen im Dampfe fast gleich Null; der

1) D. Konowalow, Journ. d. Russ. Chem.-Ges., 16. p. 68. (1884).

2) W. Ostwald, Wied. Ann. 63. p. 336. 1897.

3) V. Rothmund, l. c.

4) W. Ostwald (l. c.) meint, daß die Gleichheit der Zusammensetzung von Lösung und Dampf nicht nur beim Maximum und Minimum des Dampfdruckes eintreffen muß, wie das von mir bestätigt worden ist, sondern auch bei den Umkehrungspunkten der Kurve, wo der erste Differentialquotient der Dampfspannung nach der Zusammensetzung gleichfalls Null ist. Diese Meinung ist irrig. In den Punkten, welche den Umkehrungspunkt benachbart sind, muß die Zusammensetzung des Dampfes in *gleichem* Sinne von der Zusammensetzung der Lösung abweichen, und daher muß diese Abweichung auch im Umkehrungspunkte in demselben Sinne erfolgen: hier darf die Differenz zwischen der Zusammensetzung von Dampf und Lösung nicht über Null gehen, wie beim Maximum oder Minimum.

Unterschied zwischen der Zusammensetzung von Dampf und Lösung ist sehr groß, und ihre Gleichheit im kritischen Punkte ist unmöglich. Diese Gleichheit ist auch nicht unbedingt nötig in den Fällen, wo der mittlere horizontale Teil der Kurve für die allgemeine Dampfspannung höher liegt, als die einzelnen Spannungen. Sie würde unbedingt eintreten, wenn die Formen



Fig. 10.

dieser Kurven bei Annäherung zum kritischen Punkt sich so, wie in Fig. 10 gezeigt ist, verändern würden. In Wirklichkeit jedoch schließen sich die Kurven der Teildrucke des Dampfes an den mittleren horizontalen Teil so schwach

geneigt an, daß für die Gesamtdampfspannung die Bildung eines Maximums außerhalb des horizontalen Teiles möglich wird.

V. Die Ursachen der Opaleszenz in Lösungen.

Bei einer Untersuchung der Frage über die Ursachen der Opaleszenz in Lösungen und der hiermit verknüpften Frage über die Natur der kolloidalen Lösungen gebührt ganz besondere Bedeutung dem Auftreten einer starken Opaleszenz in Flüssigkeitslösungen bei Annäherung derselben an das kritische Gebiet. Die angeführten Tatsachen beweisen, daß wir es sowohl in Flüssigkeits- als auch in kolloidalen Lösungen mit ein und derselben Bedingung zu tun haben: *eine deutliche Opaleszenz ist denjenigen Lösungen eigen, welche ihren Dampfdruck bei Veränderung der Konzentration kaum verändern, also Lösungen, in welchen durch den unbedeutendsten Arbeitsaufwand große Veränderungen der Konzentration hervorgerufen werden können.* Sehr wichtig ist ferner ein Vergleich der optischen Eigenschaften der Opaleszenz in beiden Fällen. Mit Hilfe der Tyndallschen Methode kann man sich leicht davon überzeugen, daß auch in Flüssigkeitslösungen das reflektierte Licht in einer zur Richtung des durchgehenden Strahles senkrechten Ebene polarisiert ist, ganz wie in kolloidalen Lösungen. Tyndalls Methode ermöglicht außerdem die Beobachtung der Opaleszenzerscheinungen in Flüssigkeitslösungen weit über die Grenze ihrer Sichtbarkeit mit bloßem Auge. Bei größerer Entfernung vom kritischen Punkt, in Lösungen ohne augenfällige Opaleszenz,

die also scheinbar vollständig durchsichtig sind, läßt sich immer noch ein deutliches Seitenlicht beobachten. Die Lösungen von Amylen und Anilin eignen sich ganz besonders für Beobachtungen über die Veränderungen in der Intensität des Seitenlichtes, sowie über seine Farbe in Abhängigkeit von einer größeren oder kleineren Entfernung vom kritischen Punkt. In unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes tritt der Lichtstrahl scharf hervor und sendet ein starkes bläuliches Licht mit deutlichem weißen Ton aus; das Licht durchdringt recht dicke Flüssigkeitsschichten (in meinen Versuchen etwa 60 mm) und gibt nach dem Austritt aus derselben auf einem weißen Schirm ein rötlich gefärbtes Bild. Die Färbung dieses Bildes entspricht den Lichteffekten auf Berggipfeln vor Sonnenaufgang. Eine unbedeutende Temperaturniedrigung ändert die Erscheinung gänzlich: die Lösung wird plötzlich trübe und milchig, das Seitenlicht hört auf sichtbar zu sein und das rote Bild auf dem Schirme verschwindet. Mit steigender Temperatur wird das Seitenlicht immer undeutlicher und nimmt gleichzeitig mehr und mehr einen rein blauen Ton an. Derselbe Wechsel in der Intensität und Färbung des Seitenlichtes erscheint auch, wenn man bei konstanter Temperatur zu Lösungen von anderer Zusammensetzung als die kritische übergeht. Mehr als das, dieser allmähliche Wechsel der Intensität und Färbung des Seitenlichtes erstreckt sich bis zu den äußersten Grenzen der Zusammensetzung, d. h. bis zu den beiden Flüssigkeiten in reinem Zustande. Auch in sorgfältig gereinigtem Amylen und Anilin hinterläßt ein Lichtstrahl eine im Dunkeln deutlich sichtbare Spur — das Seitenlicht, welches in beiden Fällen ungefähr gleich schwach und rein blau gefärbt erscheint; auch die Polarisation erfolgt in beiden Fällen in einer zur Richtung des Lichtstrahles senkrechten Ebene. Diese Tatsachen führen zu dem Schluß, daß die für das kritische Gebiet der Lösungen charakteristische, mit bloßen Auge sichtbare Opaleszenz eine nicht ausschließlich dieser Gegend eigentümliche Erscheinung ist, sondern daß dieselbe hier nur eine außerordentliche Verstärkung der Opaleszenz darstellt, welche auch reinen Flüssigkeiten zukommt.

Die optischen Eigenschaften trüber Medien sind, besonders in Zusammenhang mit den Fragen über die Ursachen der

Färbung des Himmels, der Seen, des Wassers und der Luft, ein Gegenstand vielseitiger Forschungen gewesen.¹⁾ Seit der Zeit der Forschungen Tyndalls kann es als erwiesen betrachtet werden, daß die blaue Färbung durchsichtiger Medien durch die Anwesenheit eines außerordentlich feinen, farblosen Staubes hervorgerufen werden kann. Die kleinsten Staubeilchen reflektieren vornehmlich Lichtstrahlen von kurzer Wellenlänge. Je kleiner die Staubeilchen und je einförmiger ihre Größe, um so reiner ist die blaue Färbung des Seitenlichtes. Ein durchsichtiges Medium, welches nur Staubeilchen enthält, deren Durchmesser $\frac{1}{50}$ — $\frac{1}{100}$ der Länge einer Lichtwelle beträgt, gibt ein blaues Seitenlicht und ist bezüglich der Abhängigkeit der Intensität des letzteren von der Wellenlänge einem einfachen Gesetze entworfen. Für solche Medien empfiehlt Perntner²⁾ die Bezeichnung „reine, trübe Medien“. Ihr typischer Vertreter ist die Luft in bedeutenden Höhen. Hierher könnten auch die Flüssigkeiten mit rein blauer Opaleszenz gerechnet werden. Kann nun die Opaleszenz reiner Flüssigkeiten ausschließlich der obengenannten Ursache, d. i. der Anwesenheit von Staub zugeschrieben werden, oder kann diese Erscheinung auch durch andere Umstände hervorgerufen werden? In letzterem Sinne ist diese Frage von Lallemand³⁾ entschieden worden. Bei Benutzung der Tyndallschen Methode zur Untersuchung einer Reihe von Flüssigkeiten, welche vorher sorgfältig destilliert worden waren, kam Lallemand zu dem Schluß, daß die Fähigkeit, ein „Seitenlicht“ auszusenden den Flüssigkeiten eigen ist, ganz unabhängig von einem Gehalt an Staub; daß ferner diese Eigenschaft um so deutlicher auftritt, je komplizierter die Moleküle der betreffenden Flüssigkeit sind und daß sie daher in zusammengesetzten organischen Verbindungen am besten erscheint; schließlich soll die Fähigkeit der Körper, ein „Seitenlicht“ auszusenden, auf

1) J. Tyndall, Archives de sciences physiques et naturelles 34. p. 168. Genève 1869. Ein großer Teil der Literatur über diesen Gegenstand findet sich auch in der Abhandlung von W. Spring, Bull. de l'Acad. de Belgique p. 483. 1900; auch in der Arbeit von Perntner: Denkschriften der mathem.-natur. Klasse der Kaiserl. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 73. 1901.

2) Perntner, l. c.

3) Lallemand, Compt. rend. 69. p. 1192. 1294. 1869.

eine sehr wichtige Eigentümlichkeit der Lichtwellen hinweisen: letztere sollen in dem, durch das durchsichtige Medium verdichteten Äther die Verbreitung seitlicher Wellen auf Kosten des geraden Strahles hervorrufen, sodaß hierdurch das allmähliche Erlöschen des Hauptstrahles, d. h. die Absorption des Lichtes durch das Medium erklärt werden würde. Lallemand führt jedoch keinerlei Beweise dafür an, daß eine Flüssigkeit durch Destillation vom Staub wirklich vollständig befreit werden kann. Soret¹⁾ bestreitet diese Behauptung Lallemands und zeigt, daß eine sorgfältige Destillation das Seitenlicht in Flüssigkeiten abschwächt; vollständig konnte er jedoch dasselbe nicht zum Verschwinden bringen. Die Frage könnte als endgültig gelöst betrachtet werden, wenn es gelingen würde, eine Flüssigkeit herzustellen, welche kein Seitenlicht gibt, also „optisch leer“ ist. Für das Wasser ist diese Aufgabe von Spring²⁾ gelöst worden. Spring versuchte seinen Zweck auf verschiedene Weise zu erreichen. Es erwies sich, daß eine Destillation, selbst wenn sie unter Anwendung aller der Vorsichtsmaßregeln ausgeführt wurde, welche Staas³⁾ angewandt hatte, nicht zum Ziele führt, obgleich Staas auf diese Weise eine Flüssigkeit erhalten konnte, welche bei spektroskopischer Untersuchung keine Spur der gelben Natriumlinie erkennen ließ. Organische Flüssigkeiten lassen sich durch wiederholte Destillation weniger gut reinigen als Wasser, was sich nach Springs Meinung durch eine leichtere Aufnahmefähigkeit des Staubes der Luft, welcher ja hauptsächlich aus organischen Substanzen besteht, erklären läßt. Ferner wurden Versuche mit Filtrieren durch Watte oder Knochenkohle gemacht; im ersteren Falle war das Resultat ein durchaus negatives: die Durchsichtigkeit der Flüssigkeiten wurde nicht größer, sondern, im Gegenteil, bedeutend geringer, besonders beim Wasser. Günstigere Resultate wurden beim Filtrieren durch Knochenkohle erhalten. Die Flüssigkeiten wurden hierdurch merklich reiner, waren aber immer noch nicht optisch leer. Spring konnte sein Ziel nur auf eine Art erreichen, und zwar indem er im Wasser amorphe, kolloidale Niederschläge hervorrief. Wenn die Flüssigkeit

1) C. Soret, *Compt. rend.* **69**. p. 1192. 1869.

2) W. Spring, *Mem. de l'Acad. Roy. de Belgique* [37], **37**. p. 174. 1899.

3) Staas, *Mem. de l'Acad. Roy. de Belgique* **49**. p. 9.

hierauf längere Zeit in Ruhe gelassen wurde, oder wenn man sie einem hochgespanntem Strome aussetzte, durch welchen eine Wanderung der Trübung zum einen Pol hervorgerufen wurde, konnte Spring optisch leeres Wasser erhalten, in welchem ein durchgehender Lichtstrahl auch im Dunkeln unsichtbar blieb. Springs Versuche, welche für das Wasser ein positives Resultat ergaben, immerhin aber zeigten, wie schwierig die Befreiung einer Flüssigkeit vom feinsten Staube ist, berauben alle negativen oder unvollständigen Resultate, welche für andere Flüssigkeiten erhalten worden sind, ihrer Bedeutung. Diese Versuche zeigen auch, welche Rolle der Staub bei Ausscheidung kolloidaler Körper aus einer Lösung spielt: Spring erreichte die Entfernung der kleinsten Staubteilchen aus der Lösung, indem er sie mit kolloidalen Niederschlägen umgab, wie das schon längst bei der Klärung trüber Flüssigkeiten durch Eiweiß oder Gelatinelösungen geschieht.

Unter Berücksichtigung der außerordentlich geringen Opaleszenz, welche in frisch überdestillierten Flüssigkeiten durch kleinste Staubteilchen hervorgerufen wird, läßt sich die starke Opaleszenz in dem kritischen Gebiet der Lösungen auf folgende Weise erklären. Jedes Staubteilchen bildet ein Zentrum ungleicher Anziehung für die einzelnen Teile der Lösung. Solange eine Änderung in der Zusammensetzung der Lösung einen bedeutenden Arbeitsaufwand erfordert, kann sich um die Staubteilchen keine nennenswerte Hülle von anderer Zusammensetzung als die umgebende Lösung bilden. Mit der Annäherung zum kritischen Punkt wird aber die für eine bestimmte Änderung in der Zusammensetzung der Lösung erforderliche Arbeit geringer, die Hüllen um die Staubteilchen werden also größer und erreichen ihr Maximum beim kritischen Punkt, wo die erwähnte Arbeit fast auf Null herabsinkt. In Übereinstimmung hiermit wird, gegen den kritischen Punkt hin, nicht nur die Opaleszenz stärker, sondern es verändert sich auch die Färbung des Seitenlichtes: während sie anfänglich rein blau war, was überhaupt für das von den allerkleinsten Staubteilchen reflektierte Licht charakteristisch ist, geht sie allmählich in eine weißliche über.

Die Ursache der Opaleszenz in Flüssigkeiten ist Staub, die Bedingung aber, welche ihre außerordentliche Verstärkung in dem

kritischen Gebiet hervorruft, liegt in dem Umstande, daß der Dampfdruck der Lösung in diesem Gebiet von der Zusammensetzung derselben fast unabhängig ist.

Müssen nicht vielleicht dieselben Gründe zur Erklärung der Opaleszenz in kolloidalen Lösungen herangezogen werden? Eine wesentliche Eigentümlichkeit der letzteren liegt darin, daß die Dampfspannung des Lösungsmittels von der Konzentration der Lösung fast unabhängig ist. Es genügt hier ein minimaler Arbeitsaufwand, um den kolloidalen Körper vollständig aus der Lösung zu fällen. Ferner bilden die kolloidalen Substanzen beim Ausscheiden aus der Lösung entweder eine Gallerte, oder amorphe, feste Niederschläge. Es läßt sich daher voraussehen, daß beim Ausscheiden derselben aus der Lösung ihr Verhalten zu festen Oberflächen, d. i. ihre bedeutende Fähigkeit an festen Körpern¹⁾ „festzukleben“, von wichtiger Bedeutung sein muß. Der feinste Staub, welcher in der Flüssigkeit hängt, muß sein Volumen unbedingt vergrößern, indem er sich mit einer Hülle der kolloidalen Substanz umgibt, sobald nur diese kolloidale Substanz die Fähigkeit hat, an festen Oberflächen zu haften. In diesen Fällen muß unbedingt eine mehr oder weniger deutliche Opaleszenz auftreten; sie ist aber nicht unbedingt mit einer vollständigen Ausscheidung der kolloidalen Substanz verbunden. Die unbedeutendste Menge einer Trübung genügt, um den Lichtstrahl in der Flüssigkeit mit großer Deutlichkeit hervortreten zu lassen. Die Opaleszenz, selbst die mit bloßem Auge sichtbare, beweist keineswegs eine Inhomogenität der kolloidalen Lösung in ihrer ganzen Masse.

In den meisten Fällen zeigen die kolloidalen Lösungen eine deutlich ausgeprägte Opaleszenz. Aus ihren Lösungen können die Kolloide vollständig ausgeschieden werden, wenn man erstere mit festen Körpern von großer Oberfläche in Berührung bringt; dieses geschieht z. B. beim Filtrieren durch poröse Körper. Immerhin zeigen nicht alle kolloidalen Lösungen diese Eigenschaften. Nach Beobachtungen von Picton und Linder²⁾ geben Lösungen von Kieselsäure in Salzsäure, Lösungen

1) Die Natur des festen Körpers muß natürlich auch eine Rolle spielen.

2) H. Picton u. S. E. Linder, l. c.

von Kieselsäure, welche durch Dialyse vom Chlorwasserstoff befreit worden sind, und Lösungen der kolloidalen Molybdänsäure bei der Untersuchung nach Tyndall Resultate, welche sich von den bei Anwendung destillierten Wassers erhaltenen kaum unterscheiden. Die genannten Autoren schreiben dieses den verhältnismäßig wenig komplizierten Molekülaggregaten zu. Eine typische kolloidale Substanz jedoch, die Kieselsäure, scheidet sich aus Lösungen in Gestalt einer spröden Gallerte aus, welche an festen Oberflächen nicht haftet. Dieselben Autoren beobachteten, daß Kieselsäure, in Salzsäure gelöst, beim Filtrieren durch ein poröses Gefäß unter Druck ohne weiteres durchgeht. In Anbetracht dieser Eigentümlichkeiten versuchten genannte Autoren durch langsames Verdunsten im Chlorwasserstoffstrome krystallinische Kieselsäure zu erhalten; die Lösungen gaben jedoch auch in diesem Falle eine Gallerte. Sehr lehrreich ist ein Vergleich dieser Tatsachen mit den Resultaten, welche bei der Untersuchung von Lösungen des Hämoglobins und Kohlenoxydhämoglobins erhalten wurden. Beide Substanzen können in Gestalt großer Krystalle erhalten werden (für Oxyhämoglobin einige Zentimeter) und wurden daher auch für die Versuche umkrystallisiert. Die Lösungen des Kohlenoxydhämoglobins zeichnen sich durch größere Beständigkeit aus und können Jahre hindurch ohne Veränderung aufbewahrt werden. 0,3—0,4 proz. Lösungen des Oxyhämoglobins sind lebhaft rot gefärbt und zeigen ein deutliches Seitenlicht; beim Filtrieren durch ein poröses Gefäß entfärbt sich die Lösung vollständig. Dieselben Resultate wurden bei Untersuchungen über die Lösungen des Kohlenoxydhämoglobins erhalten. Diese Tatsachen lassen sich, scheint mir, viel leichter erklären, wenn man in Bezug auf die Kolloide die Theorie der Pseudolösungen fallen läßt und sich von dem wichtigsten, charakteristischen Kennzeichen kolloidaler Lösungen ihrer unbedeutenden Dampfdruckerniedrigung den Weg weisen läßt. Unter gewöhnlichen Bedingungen, ja sogar dann, wenn die kolloidale Lösung als übersättigt erscheint, geht der Zerfall nicht weiter als bis zur Bildung einer unbedeutenden Trübung, welche die Opaleszenz hervorruft. Die außerordentlich geringe Diffusionsgeschwindigkeit beschränkt die Ausscheidung des Kolloids auf kleine Schichten, welche sich um die Staubteilchen

lagern. Man braucht aber nur eine Bewegung der Staubeilchen in der Flüssigkeit hervorzurufen, und die Bedingungen ändern sich sofort. Indem sie durch die Flüssigkeitsmasse wandern, müssen die Staubeilchen eine ähnliche Wirkung ausüben, wie das Schütteln von Krystallen in ihren übersättigten Lösungen. Diesem entsprechen die Beobachtungen von Picton und Linder über die Ausscheidung der Kolloide mittels großer elektrischer Spannungsgefälle. Das Spannungsgefälle bewirkt hier, wie Faraday schon längst gezeigt hat, eine Bewegung des festen Staubes, welche ihrerseits die Ausscheidung des Kolloides hervorruft. Dieser Versuch ist der Ausscheidung des Kolloides beim Filtrieren durch poröse Gefäße durchaus analog, der Unterschied liegt bloß darin, daß sich in einem Falle die Flüssigkeit bewegt und die feste Oberfläche unbeweglich bleibt, während im anderen Falle das Umgekehrte stattfindet. Es unterliegt keinem Zweifel, daß der feine Staub, welcher unumgänglich in Flüssigkeiten vorhanden ist, auf die Beständigkeit kolloidaler Lösungen einen großen Einfluß ausüben muß. Meine Absicht ist es nicht, die Frage über die Ausscheidung der Kolloide aus ihrer Lösung hier einer allseitigen Erörterung zu unterziehen. Ich wollte nur zeigen, daß *die Opaleszenz der kolloidalen Lösungen hervorgerufen werden kann durch die Ausscheidung einer unbedeutenden Menge des Kolloides, welche durch den in jeder Flüssigkeit vorhandenen feinen Staub bewirkt wird und daß die Opaleszenz eine Inhomogenität der Lösungen nicht zu beweisen vermag.*

Ich hatte die Absicht, einen Zusammenhang zwischen kolloidalen Lösungen und Lösungen in dem kritischen Gebiet festzustellen. Zum Schluß will ich noch einige Tatsachen anführen, welche dafür sprechen, daß auch an festen Körpern Erscheinungen beobachtet werden können, welche den Eigentümlichkeiten der kritischen Lösungen entsprechen. Ich habe hier die Eigenschaften des Wasserstoffpalladiums im Auge. Ursprünglich wurde dieser Körper als chemische Verbindung im Zustande der Dissoziation angesehen. Späterhin erwies es sich, daß die Durchführung dieses Gesichtspunktes schwierig ist¹⁾, und die Frage über die wahre Natur dieses Körpers

1) C. Hoitsema, Zeitschr. f. phys. Chem. 17. p. 1.

blieb ungelöst. Wenn man die Kurve für die Spannkraft des Wasserstoffs in Abhängigkeit von der Zusammensetzung des Wasserstoffpalladiums mit den Kurven der Dampfspannung des Amylens in seinen Lösungen mit dem Anilin vergleicht, so kann man unmöglich eine große Ähnlichkeit übersehen. Wie für das kritische Gebiet der Lösungen, so haben wir auch hier bei niedriger Temperatur eine Kurve mit zwei aufsteigenden Ästen und dazwischen gelegenen, fast horizontalen Teile; mit ansteigender Temperatur wird dieser Anteil immer geneigter. Auf Grund dieser Tatsachen könnte das Wasserstoffpalladium als feste Lösung angesehen werden, welche der Temperatur ihres Zerfalles in zwei feste Phasen nahe ist.

Ich halte es für meine angenehme Pflicht, Hrn. G. N. Antonow, meinem Schüler und eifrigen Mitarbeiter in der Ausführung des experimentellen Teiles dieser Arbeit, meinen besten Dank auszusprechen.

St. Petersburg, Universität, den 14./27. November 1902.

(Eingegangen 1. Dezember 1902.)

11. *Über die Entstehungsweise des Blitzes;* *von B. Walter.*

(Hierzu Taf. II, Figg. 1—4.)

Durch Abbildung der Funken größerer Induktionsapparate auf schnell bewegten photographischen Platten habe ich vor einigen Jahren den Nachweis erbracht, daß ein solcher Funke in der Regel nicht mit einem Schlage entsteht, sondern daß ihm sein Weg zuvor durch mehrere, stoßweise aufeinander folgende und von Stoß zu Stoß immer weiter vordringende Büschelentladungen gebahnt wird.¹⁾ Eine besonders charakteristische Aufnahme dieser Art habe ich bereits in der zweiten der angeführten Mitteilungen reproduziert; ein anderes, für unseren jetzigen Zweck noch besser geeignetes Bild ist hier in der Fig. 1 wiedergegeben, und zwar handelt es sich hier wie dort um einen 8 cm langen Funken eines mit Quecksilberstiftunterbrecher aber ohne Kondensator betriebenen Induktoriums von 60 cm maximaler Schlagweite. Die Pole der Funkenstrecke bestanden aus zugespitzten Platindrähten, die sich in einer vertikalen Geraden einander gegenüber standen, und zwar befand sich der positive Pol in Wirklichkeit sowohl wie auch in der Figur auf der oberen Seite.

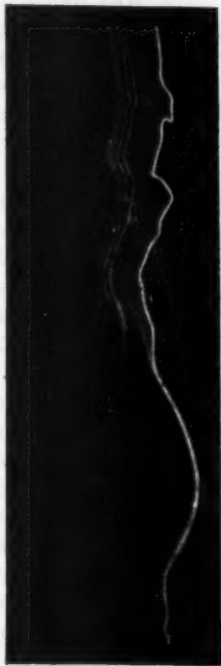


Fig. 1.

Der Verlauf der Zeit ferner geht in dieser Abbildung von links nach rechts, sodaß man demnach ohne weiteres sieht, daß hier dem Auftreten des eigentlichen Funkens *fünf* Vorentladungen

1) B. Walter, Wied. Ann. 66. p. 686. 1898; 68. p. 776. 1899.

vorausgegangen sind, die seine Bahn in der oben beschriebenen Weise vorbereitet haben. Dabei ist ferner noch zu bemerken, daß diese Entladungsstöße zwar stets gleichzeitig vom positiven und negativen Pole der Funkenstrecke ausgehen, daß aber doch die Büschel des ersteren diejenigen des letzteren nicht bloß an Länge, sondern auch durch die Stärke ihrer Verästelung ganz erheblich übertreffen. Es kommt demnach der positiven Elektrizität bei weitem das Hauptverdienst an dem Zustandekommen der Funkenbahn zu: dieselbe sucht sich ihren Weg durch die Luft gleichsam tastend, indem sie bei jedem Vorstoß gleichzeitig mehrere Fühler aussendet, von denen aber bei den folgenden Stößen vorzugsweise nur *einer* für das weitere Vordringen der Elektrizität benutzt wird.

Weiter mag zu unserer Fig. 1 noch bemerkt werden, daß die Vorentladungen derselben untereinander sämtlich parallel sind, eine Tatsache, die natürlich so zu verstehen ist, daß eine jede dieser Vorentladungen zunächst den ihr von den vorhergehenden gebahnten Weg benutzt, um erst darüber hinaus ihre eigentliche Pioniertätigkeit zu beginnen. Hieraus folgt dann aber weiter, daß die hierbei in Frage kommenden Luftteilchen eben durch den Durchgang der Entladung eine gewisse Leitfähigkeit für die Elektrizität erlangt haben müssen, die sie zuvor nicht hatten, und daß sie diese Eigenschaft auch eine gewisse Zeit lang beibehalten können, die um so größer ist, je größer die Stromstärke in der vorausgegangenen Entladung war. Auch die Bahn des eigentlichen Funkens der Fig. 1 wiederholt aus denselben Gründen den ihr durch die vorbereitenden Büschelentladungen vorgeschriebenen Weg, wenn auch in diesem speziellen Falle die Abweichungen ziemlich große sind. Die letzteren haben aber ihren Grund lediglich darin, daß die Zeit zwischen dem Auftreten dieses Funkens und dem seiner letzten Vorentladung in diesem Falle schon eine verhältnismäßig recht große ist, wenn auch, absolut genommen, die hier in Frage kommenden Zeiträume nur ziemlich klein sind. Die ganze Dauer dieser Entladung — vom Einsetzen der ersten Vorentladung bis zu dem des Funkens selbst — beträgt nämlich nur $8,2 \cdot 10^{-4}$ Sek.

Endlich aber muß noch auf eine Eigentümlichkeit dieser Funkenaufnahme hingewiesen werden, welche mit Rücksicht

auf die später zu beschreibenden Blitzbilder von besonderer Bedeutung ist, und welche auch der Hauptgrund dafür war, daß ich an dieser Stelle nochmals eine derartige Funkenaufnahme reproduzieren ließ. Es ist dies der Umstand, daß der eigentliche Funke der Fig. 1 in seinem unteren und offenbar zuletzt fertig gewordenen Teile nicht bloß eine deutliche Verdoppelung, sondern sogar außerdem noch verschiedene andere, wenn auch nur sehr schwach angedeutete Nebenzweige in der Luft zeigt. Diese Erscheinung ist nämlich meines Erachtens so zu erklären, daß zunächst auch die hier in Frage kommende Hauptentladung der Fig. 1 noch nicht mit einem Schlage fertig geworden ist, sondern daß ihr — außer den fünf oben beschriebenen Vorentladungen — zum mindesten noch *eine* sechste vorausgegangen sein muß, deren beiderseitige Enden dann eben bis zu der fraglichen Stelle hin gereicht und sich hier in ebenso viele Büschel verzweigt haben, wie unser Funke hier Zweigströme erkennen läßt. Bei der schließlichen Entladung hat dann die Elektrizität nicht bloß *einen*, sondern zugleich *mehrere* Wege zur Verfügung gehabt; und die Verteilung der Stromintensität über diese Zweige richtet sich dann natürlich nach der Größe der Leitfähigkeit, welche die letzteren bei der vorausgegangenen Vorentladung erlangt haben. Im allgemeinen wird dieselbe daher — wie auch in unserer Fig. 1 — eine recht verschiedene sein; immerhin kommen aber doch gelegentlich auch Funken vor, wo zwei derartige Zweigströme nahezu dieselbe Stromstärke besitzen, wie beispielsweise bei dem Funken der Fig. 2 der ersten meiner beiden oben zitierten Abhandlungen. Zum Schlusse aber mag hier noch einmal darauf hingewiesen werden, daß die Stelle, wo sich eine solche Verdoppelung oder auch nur Verbreiterung der Strombahn zeigt, unter allen Umständen *ihren zuletzt fertig gewordenen Teil darstellt*.

Diese so gewonnenen Aufklärungen über die Entstehungsweise des elektrischen Funkens waren nun aber ferner auch noch deswegen von Bedeutung, weil sie sich offenbar auch ohne weiteres auf den *Blitz* ausdehnen ließen, eine Verallgemeinerung, die denn auch tatsächlich bereits in der ersten der oben angeführten Mitteilungen von mir ausgesprochen wurde. Als Hauptstütze derselben konnte ich ferner schon damals auf

das Vorhandensein jener seitlichen Verästelungen hinweisen, welche ja schon seit längerer Zeit an den Hauptentladungen der bis dahin in der Regel mit stehender photographischer Kamera gewonnenen Blitzbilder aufgefallen waren. Immerhin blieb aber doch diese Auffassung zunächst nur eine Hypothese, und so war es denn von jenem Zeitpunkte ab natürlich mein Bestreben, auch für diese letztere womöglich denselben experimentellen Beweis zu führen, wie derselbe mir für die künstlichen Funken des Laboratoriums bereits geglückt war.

Zu diesem Zwecke probierte ich dann in den folgenden drei Sommern ebenso viele verschiedenartige photographische Apparate aus, von denen sich jedoch nur das letzte, zu Anfang des vorigen Jahres entstandene Instrument bewährte, das ich denn auch — zugleich mit einigen der damit gewonnenen Blitzbilder — bereits auf der im vorigen Herbst hier selbst abgehaltenen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte vorgeführt habe.¹⁾ Auch damals mußte ich allerdings noch bekennen, daß das eigentliche Ziel meiner diesbezüglichen Bemühungen durch diese Aufnahmen noch nicht erreicht sei; nachdem ich nun jedoch für den diesjährigen Sommer noch einige kleine Verbesserungen an meinem Apparate vorgenommen hatte, ist mir der gesuchte Beweis gleich bei dem ersten größeren Dunkelgewitter, am Abend des 30. Mai dieses Jahres, in einer ganzen Reihe von Aufnahmen gelungen, von denen hier allerdings nur einige der bezeichnendsten wiedergegeben werden können. Eine ausführlichere Abhandlung über diesen Gegenstand mit einer größeren Anzahl der an jenem Abend eingefangenen Blitze wird demnächst im Jahrbuche der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten erscheinen.

Ehe ich nun aber an die Beschreibung der Aufnahmen selbst gehe, möchte ich zuvor noch kurz erwähnen, daß mein in Fig. 2 abgebildeter Aufnahmeapparat aus einer gewöhnlichen, für eine Plattengröße 9/12 cm bestimmten photographischen Kamera besteht, welche auf die ganz langsam rotierende Achse eines Uhrwerkes gesetzt ist, sodaß sich demnach alle Vorgänge, welche in der Blitzbahn zeitlich nacheinander stattfinden, auf der Platte räumlich nebeneinander abbilden müssen, ebenso

1) B. Walter, Physikal. Zeitschr. 3. p. 168. 1902.

wie dies auf unserem Funkenbilde der Fig. 1 der Fall ist. Auch läßt sich bei dieser Art der Blitzphotographie der Zeitunterschied dt zwischen zwei solchen Vorgängen aus ihrem, auf der Platte gemessenen räumlichen Abstände dy , sowie aus der Brennweite f des Objectives, der Winkelgeschwindig-



Fig. 2.

keit w der Kamera und der mittleren Entfernung y jener Vorgänge von der Mitte der Platte nach der Formel

$$(1) \quad dt = \frac{f dy}{w(f^2 + y^2)}$$

berechnen.

Die erste meiner diesjährigen Aufnahmen nun, welche die Entstehungsweise des Blitzes mit vollkommener Klarheit zeigt, ist in der Fig. 1, Taf. II wiedergegeben, während die Fig. 2

derselben Tafel den mittleren und wichtigsten Teil derselben Aufnahme in größerem Maßstabe bringt. Aus der ersteren dieser beiden Abbildungen geht nun zunächst hervor, daß die Elektrizität der in der linken oberen Ecke des Bildes gelegenen Wolke, die ja die Ursprungsstelle dieses Blitzes darstellt, sich im großen und ganzen in *drei* Hauptschlägen entladen hat, deren stärkste Anschwellungen in 0,0177 und 0,0489 Sek. aufeinander gefolgt sind, sodaß also dieses ganze mächtige und komplizierte Phänomen noch nicht $\frac{1}{10}$ Sek. gedauert hat. Verfolgen wir nun aber von diesen drei Teilentladungen zunächst die linke, d. h. die zeitlich zuerst auftretende, nach unten hin, so bemerken wir, daß dieselbe überhaupt nicht bis zur Erde hingelangt, sondern sich schon vorher in eine große Zahl von mehr oder weniger starken Büschelentladungen auflöst (vgl. auch Fig. 2). Diese ganze erste Entladung stellt daher im Grunde genommen nur eine *Vorentladung* — oder vielmehr, wie wir sogleich genauer sehen werden, eine große Zahl von Vorentladungen unseres Blitzes dar, der nämlich sein Ziel, die Erde, erst in dem zweiten der oben besprochenen drei Hauptschläge erreicht. Erst dieser nämlich ist es, welcher sich nach unten zu fast bis an den unteren Rand des Bildes hin fortsetzt; und wenn sich nun auch hier das unterste Ende desselben scheinbar gleichfalls allmählich in der Luft verliert, so ist doch diese Erscheinung nur darauf zurückzuführen, daß das betreffende Ende der Blitzbahn in diesem Falle vollkommen in dem Dunste der Großstadtluft untergegangen ist, ein Übelstand, der den sämtlichen Aufnahmen jenes Abends anhaftete und der sich auch in sehr einfacher Weise aus den örtlichen Verhältnissen erklärt. Das Gewitter lag nämlich — von meinem Standorte aus gesehen — gerade über dem zentralsten Teile unserer Stadt hinweg und dabei obendrein noch in einem Abstände von etwa 5 km von mir entfernt.

Kehren wir indessen noch einmal zu der ersten Entladung dieses Blitzes zurück, so zeigt nun die Fig. 2 der Tafel des näheren, daß dieselbe in Wirklichkeit aus einer großen Zahl einzelner Büschelentladungen besteht, und daß ferner für jede dieser Vorentladungen die zugehörige Abzweigungsstelle des Seitenastes einen um so größeren horizontalen Abstand von der zur Erde gehenden Hauptentladung hat, d. h. also zeitlich

um so früher entstanden ist, je höher hinauf die Abzweigungsstelle gelegen ist. In dieser Tatsache liegt dann aber auch zugleich der Beweis dafür, daß die einzelnen Vorentladungen dieses Blitzes stoßweise und nacheinander allmählich immer weiter von der Wolke aus in die Luft hinein vorgedrungen sind — genau so wie die Vorentladungen des Funkens der Fig. 1. Etwas Genaueres hierüber wird man übrigens noch bei der Besprechung der nächsten Aufnahme vorfinden.

Verfolgen wir indessen zuvor noch den weiteren Verlauf des Blitzes der Fig. 1, Taf. II, so findet nun, nachdem die Elektrizität der Wolke in dem zweiten der oben genannten drei Hauptschläge die Erde erreicht hat, in der so entstandenen, gut leitenden Bahn des weiteren nur noch eine verhältnismäßig schwache Strömung statt, die aber doch besonders deswegen bemerkenswert ist, weil sich hierbei deutlich ein *wellenartiges Schwanken der Stromintensität* zeigt, wie ja besonders gut in den mittleren und unteren Teilen der Strombahn zu sehen ist (vgl. auch Fig. 2 der Tafel). Ob wir es nun allerdings in diesen Stromschwankungen wirklich mit jenen, auch im Blitze schon so vielfach angenommenen *elektrischen Schwingungen*, d. h. also mit einer hin und her gehenden Bewegung der Elektrizität zwischen Wolke und Erde zu tun haben, darüber dürfte sich auch aus dieser Aufnahme schwerlich etwas Näheres entnehmen lassen; wohl aber scheint sie mir bisher die einzige zu sein, welche wenigstens die *Möglichkeit* einer solchen Auffassung zuläßt. Denn von einer schwingenden Bewegung der Elektrizität kann natürlich nur dann die Rede sein, wenn das Anschwellen und Absinken des Stromes, wie es hier bei unserem Blitze der Fall ist, *allmählich* vor sich geht, nicht aber wenn wir es mit jenen schroff abgesetzten Partialentladungen zu tun haben, wie man sie ja schon so häufig bei derartigen Blitzaufnahmen beobachtet hat, und wie wir sie auch weiter unten noch an einem sehr hervorstechenden Beispiele kennen lernen werden.

Nicht genug aber mit dieser Eigentümlichkeit, zeigt nun der Blitz unserer Fig. 1, Taf. II noch die weitere, daß die dritte und letzte jener drei von der Wolke oben links ausgehenden Hauptentladungen den von der zweiten zur Erde hin gebahnten Weg *nur zum Teil* benutzt, um nämlich in der unteren Hälfte desselben plötzlich in weitem Bogen nach rechts

hin abzuschwenken und hier wahrscheinlich in einer zweiten Wolke zu enden. Diese zunächst etwas seltsam anmutende Erscheinung ist übrigens kein Novum mehr; denn abgesehen von einem in meiner oben angeführten vorjährigen Abhandlung beschriebenen Blitze zeigt sich dasselbe Phänomen auch bereits bei der, ein Jahr früher entstandenen, von G. Lachmann beschriebenen Aufnahme eines Rudolstädter Photographen.¹⁾ Auch scheint dasselbe nicht einmal zu den Seltenheiten zu gehören; denn unter den 16 Blitzen, welche ich am Abende des 30. Mai dieses Jahres innerhalb einer halben Stunde fixiert habe, zeigte sich dasselbe nicht bloß bei dem in der Fig. 1, Taf. II dargestellten, sondern auch noch bei einem zweiten Exemplar, dessen Abbildung man gleichfalls in der oben angekündigten ausführlicheren Abhandlung finden wird.

Hier sei darüber nur soviel erwähnt, daß der betreffende Blitz sich von dem hier abgebildeten besonders dadurch unterscheidet, daß die beiden aus derselben Wolke kommenden und auch zum Teil denselben Weg benutzenden Partialentladungen nur 0,0232 Sek. auseinander liegen, und vor allem, daß die beiden verschiedenen Einschlagstellen desselben *beide auf der Erde* liegen, ein Fall, der bisher noch nicht vorlag, der mir aber von prinzipieller Bedeutung zu sein scheint. Dabei beträgt die Entfernung dieser beiden Einschlagstellen hier sicher mehr als 1 km, ein Abstand, der bei dem Blitze der Fig. 1, Taf. II allerdings noch erheblich größer, nämlich sicher mehr als 2 km war.

Was nun aber endlich die Erklärung dieses so merkwürdigen Abspringens des Blitzes von einer vorhandenen und nach dem obigen doch auch jedenfalls verhältnismäßig gut leitenden Bahn angeht, so wird dieselbe besonders durch die in unseren Figg. 1 und 2, Taf. II dargestellte Aufnahme angedeutet. Wir sehen nämlich hieraus, daß der Seitensprung in diesem Falle durchaus nicht plötzlich und unvermittelt entstanden ist, sondern daß auch ihm schon eine große Zahl von „Vorentladungen“ vorausgegangen sind — und somit kommen wir also hier bei diesem Blitze gewissermaßen noch einmal zu unserem eigentlichen Thema zurück. Diese Vorentladungen

1) G. Lachmann, Meteorologische Zeitschr. 18. p. 80. 1901.

sieht man in der Fig. 1 der Tafel am deutlichsten links vor der großen, nach unten gerichteten Biegung der in Rede stehenden Seitenentladung; in schwacher Andeutung kann man dieselben aber sogar noch jenseits der in der rechten Hälfte der Abbildung gelegenen höchsten Erhebung dieser Entladung erkennen. Durch die Messung des horizontalen Abstandes jener Vorentladungen von ihrer zugehörigen Hauptentladung läßt sich aber ferner feststellen, daß *die ersteren zum Teil sogar vor dem Auftreten der zweiten, zur Erde hingehenden Hauptentladung des ganzen Blitzes vorhanden waren*, sodaß es daher keinem Zweifel unterliegt, daß die Bahn unserer Seitenentladung nichts anderes als den zweiten Ast eines Büschels darstellt, welcher schon bei der ersten Ausbildung der Blitzbahn zu stande kam, und dessen anderer Ast eben den Weg jener zweiten, zur Erde hingehenden Hauptentladung desselben bahnte.

Glücklicherweise ist übrigens auch die Verzweigungsstelle der betreffenden Vorentladung bei dieser Aufnahme sehr deutlich zur Abbildung gelangt, und habe ich in der Fig. 2, Taf. II durch einen Pfeil auf dieselbe hingedeutet. Ja, an dieser Stelle macht es sogar den Eindruck, als ob der nach unten gehende Ast erheblich schwächer wäre als der nach rechts hin abzweigende, sodaß man sich im ersten Augenblick vielleicht wundern möchte, warum der Blitz nicht gleich diesem letzteren gefolgt ist und sich vielmehr zunächst über den ersteren hinaus zur Erde hin entladen hat. Bei dieser Schlußweise würde man indessen übersehen, daß derartige Aufnahmen einen richtigen Vergleich der Intensitäten beider Äste in diesem Falle nicht zulassen, da nämlich der eine derselben nahezu horizontal, der andere dagegen nahezu vertikal verläuft, und eine horizontale leuchtende Linie sich auf unserer in horizontaler Richtung bewegten photographischen Platte natürlich viel heller abbilden muß als eine ebenso starke vertikale. Auf die gleiche Ursache sind übrigens — wie hier gleich nebenbei erwähnt werden mag — die helleren horizontalen Linien zurückzuführen, welche in unseren Bildern überall dort auftreten, wo die Blitzbahn auf längere Strecken horizontal verläuft: wir haben es also hier nicht etwa mit lokalen Anschwellungen der Stromintensität, sondern nur mit einer durch die optischen Verhältnisse bedingten, erhöhten Lichtwirkung zu tun.

Kehren wir indessen noch einmal zu der Entstehungsweise der oben in Rede stehenden, plötzlichen Seitensprünge der Blitze zurück, so werden wir uns dieselbe nun etwa so zu denken haben, daß die Elektrizität der Wolke gleich bei den sich nach allen Seiten hin verzweigenden Vorentladungen an vielen Stellen der Erde sowohl wie auch benachbarter Wolken durch Influenz entsprechende Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens erzeugt, und daß dann häufig nicht bloß *eine*, sondern auch mehrere dieser Influenzladungen durch entsprechende Entladungen neutralisiert werden. Die letzteren erfolgen dann, wie die Aufnahmen zeigen, nicht gleichzeitig, sondern nacheinander.

Hiermit aber verlassen wir die in den Figg. 1 und 2, Taf. II dargestellte Blitzerscheinung, um uns derjenigen zuzuwenden, welche in der Fig. 3 der Tafel wiedergegeben ist, und welche in ihrer Hauptentladung nicht bloß ebenfalls die Entstehungsweise des Blitzes mit großer Deutlichkeit erkennen läßt, sondern auch noch obendrein dabei unserer vorigen Abbildung gegenüber einen sehr bemerkenswerten Unterschied zeigt. Schon rein äußerlich ist derselbe übrigens auch noch deswegen von Interesse, weil sich bei diesem Bilde der bekannte Vergleich des Blitzes mit einem Flußsysteme mit besonderer Deutlichkeit aufdrängt, insofern nämlich hier der Hauptstrom nach seiner Einmündungsstelle in die Wolke zu auch sogar zusehends *breiter* wird. Nichtsdestoweniger würde nun aber dieser Vergleich, wenn er auf die *Entstehungsweise* beider Phänomene ausgedehnt werden sollte, ein vollkommen irreführender Wegweiser sein; denn ein Strom würde natürlich an der Quelle, d. h. also in unserem Bilde unten beginnen, während der Blitz, wie wir wissen, umgekehrt von der Wolke aus seinen Ursprung nimmt.

Dies zeigt nun auch unsere Fig. 3 ohne weiteres, denn die eigentliche zur Erde gehende Hauptentladung derselben läßt sich auch in dem oberen Teile des Bildes deutlich als ein schmaler hellerer Streifen von dem weniger hellen, aber um so breiteren Bande, das durch die Summe ihrer Vorentladungen gebildet wird, absondern; und es liegt der erstere ferner auch stets *rechts* von dem letzteren, sodaß er also zeitlich den Schluß des ganzen Phänomens bildet, wie es ja unsere Auffassung auch erfordert.

Was aber sodann den bereits oben angedeuteten wichtigen Unterschied des Blitzes der Fig. 3, Taf. II von dem der Fig. 1, Taf. II angeht, so besteht nun derselbe darin, daß die hellsten Teile der Seitenäste des ersteren sämtlich bis unmittelbar an die helle Ader der Hauptentladung desselben zu verfolgen sind und also gleichzeitig mit dieser entstanden sein müssen, während andererseits bei den stärkeren dieser Seitenzweige *links* von diesen hellsten Teilen zugleich auch die dazu gehörigen, in diesem Falle allerdings viel schwächeren *Vorentladungen* erkannt werden können. Nichtsdestoweniger liefert uns aber das Vorhandensein der letzteren auch hier wieder den Beweis, daß die *Entstehung* der Bahnlinie dieser Seitenäste dem Auftreten der Hauptentladung zeitlich vorausgegangen ist, während andererseits die hier gleichzeitig mit der letzteren erfolgende starke Aufhellung dieser sämtlichen Bahnlinien natürlich einfach so aufzufassen ist, daß die *Elektrizität der Wolke in dem Augenblick, wo die Hauptentladung auftritt, zugleich auch noch einmal kräftig in die sämtlichen Seitenzweige der Vorentladungen hineinschlägt*. Daß aber ferner diese Erscheinung bei dem Blitze der Fig. 1 — trotz der kräftigen Vorentladungen desselben — lange nicht in dem Maße ausgeprägt ist wie bei dem der Fig. 3, dürfte wieder darauf zurückzuführen sein, daß die Zeit zwischen dem Auftreten dieser Vorentladungen und dem der zur Erde gehenden Hauptentladung im ersteren Falle über doppelt so groß ist wie im letzteren, wie auch schon aus dem Vergleiche der beiden in gleicher Vergrößerung reproduzierten Figg. 2 und 3 der Tafel folgt.

Die Aufnahme der Fig. 3 ist nun aber weiter auch noch deswegen von Wichtigkeit, weil sie uns sozusagen auch einen *zahlenmäßigen Beweis* für die Richtigkeit der hier zu begründenden Auffassung der Entstehungsweise des Blitzes liefert. Betrachten wir nämlich zu diesem Zwecke z. B. die drei kräftigen, von dem oberen Teile der Blitzbahn nach links unten hin abzweigenden Seitenäste, so stellt sich uns jeder derselben als ein Paar paralleler Linien dar, deren rechte stets gleichzeitig mit der Hauptentladung auftritt, während die linke dagegen gewissermaßen den veränderlichen Zeitpunkt der Entstehung des betreffenden Seitenastes angibt, sodaß uns mithin der horizontale Abstand dieser Linien unmittelbar die Zeit

liefert, um welche die betreffende Vorentladung dem Hauptschlage vorausgegangen ist. Für die drei obengenannten Seitenäste erhält man auf diese Weise von oben nach unten der Reihe nach 0,00885, 0,00795 und 0,00569 Sek.; und es folgt demnach hieraus nicht bloß, daß derjenige dieser Seitenäste, dessen Abzweigungspunkt der Wolke näher lag, auch zeitlich früher entstanden ist, sondern weiter auch, daß das Auftreten dieser Verzweigungen ein *stoßweises* war, genau so wie wir es bei der Funkenaufnahme der Fig. 1 kennen gelernt haben. Endlich aber ergibt sich aus den angeführten Zahlen noch, daß die gesamte Entstehungsdauer dieses Blitzes nur 0,00885 Sek. betragen hat; denn mit dem ersten Auftreten des obersten der in Rede stehenden Seitenäste fällt ja auch der Beginn der ganzen Entladung zusammen — wenn man nicht die links von derselben in ziemlich großem Abstände von ihr liegende Büschelentladung dazu rechnen will, die nämlich höchst wahrscheinlich ebenfalls als eine, zeitlich allerdings stark abgesonderte Vorentladung dieses Blitzes anzusehen ist.

Von den weiteren Einzelheiten der Fig. 3, Taf. II sei hier schließlich nur noch hervorgehoben, daß die Wolke, aus welcher der Hauptblitz derselben hervorgegangen ist, an der betreffenden Stelle deutlich eine *zugespitzte Form* erkennen läßt, sodaß also sogar hier die bekannte Tatsache zur Geltung kommt, daß die positive Elektrizität sich mit Vorliebe aus den zugespitzten Teilen eines Leiters entladet. Denn daß wir es hier sowohl wie auch in dem Blitze der Fig. 1, Taf. II tatsächlich mit einer *positiv* geladenen Wolke zu tun haben, dürfte nach Analogie der bei den Funken gemachten Beobachtungen aus der starken Verästelung, welche die Vorentladungen dieser Blitze zeigen, ohne weiteres hervorgehen. Andererseits mag aber der in der linken unteren Ecke der Fig. 3, Taf. II sichtbare Blitz, der nahezu gleichzeitig mit dem Hauptschlage dieser Abbildung aufgetreten sein muß — denn ich schloß natürlich meine Kamera stets sofort nach erfolgter Entladung — vielleicht aus einer *negativ* geladenen Wolke stammen, da er nämlich überhaupt keine Verästelungen zeigt. Ich würde diese Vermutung übrigens nicht ausgesprochen haben, wenn ich nicht an demselben Abend noch ein zweites Paar derartiger,

fast zu derselben Zeit entstandener selbständiger Blitzschläge aufgenommen hätte, Blitzschläge, die in allen Einzelheiten eine geradezu überraschende Ähnlichkeit mit den beiden in Rede stehenden Blitzen der Fig. 3, Taf. II zeigen, sodaß sich daher unwillkürlich die Vermutung aufdrängt, daß das Auftreten des einen dieser Blitze die Entstehung des anderen überhaupt erst veranlaßt hat. Tatsächlich erscheint es ja auch gar nicht so undenkbar, daß z. B. durch die Entladung der positiven Elektrizität einer Wolke die dadurch in einer zweiten durch Influenz gebundene negative Ladung plötzlich frei wird und so das nötige Potential erlangt, um sich mit einem oder auch mehreren kräftigen Vorstößen gleichfalls den Weg zur Erde hin bahnen zu können.

Wenn diese Auffassung zutreffen sollte, so würde dann der „negative“ Blitz der Fig. 3, Taf. II die Erde in *einem* Schlage, derjenige der erwähnten anderen Aufnahme jenes Abends, die übrigens l. c. gleichfalls reproduziert werden wird, dieselbe dagegen erst mit dem dritten Vorstoß erreicht haben; denn der betreffende Blitz zeigt deutlich zwei, wenn auch vollkommen unverzweigte Vorentladungen. Bemerkenswert ist schließlich auch noch, daß die unverzweigten Blitze beider Aufnahmen nach dem Zustandekommen der Entladungsbahn noch ein verhältnismäßig lange anhaltendes Fließen der Elektrizität in der letzteren zeigen, während die stark verästelten, „positiven“ Blitze beider sozusagen mit ihrem Entstehen auch schon wieder erloschen sind.

Als letzte Aufnahme des genannten Abends möge hier endlich noch diejenige der Fig. 4, Taf. II kurz besprochen werden, da dieselbe eine, soviel ich weiß, bisher noch nicht beobachtete Erscheinung aufweist, eine Erscheinung, die allerdings mit der Entstehungsweise des Blitzes nur indirekt etwas zu tun hat.

Zunächst besteht dieser Blitz aus fünf, schroff abgesetzten Teilentladungen, die alle denselben Weg durch die Luft zurückgelegt haben, und die von links nach rechts in 0,0360, 0,0364, 0,0283 und 0,1440 Sek. aufeinander gefolgt sind, sodaß also das ganze Phänomen etwa $\frac{1}{4}$ Sek. gedauert hat. Dabei mag hier noch einmal hervorgehoben werden, daß wir es in diesen Partialentladungen nicht etwa mit einer schwingungsartigen Bewegung der Elektrizität zwischen Wolke und Erde zu tun

haben; denn eine solche müßte notwendigerweise ein *allmähliches* Ansteigen und Abfallen der Strömung von einer Partialentladung zur anderen nach sich ziehen, während doch hier das gerade Gegenteil davon der Fall ist.

Blitze mit derartigen schroff abgesetzten Teilentladungen sind nun allerdings schon mehrfach fixiert worden; und das Neue an diesem Bilde besteht denn auch vielmehr darin, daß *verschiedene der Verästelungen der ersten Partialentladung derselben sich bei dem zweiten und dritten Schlage wiederholen.*

Es tritt uns demnach hier die eigentümliche Erscheinung entgegen, daß die Elektrizität der Wolke, trotzdem sie sich in der Bahn der ersten Hauptentladung einen verhältnismäßig sehr gut leitenden Weg zur Erde hin geschaffen hat, doch bei dem zweiten und dritten Schlage zum Teil auch noch in die Verästelungen des ersten hineinfließt, eine Tatsache, die wohl nur dann zu verstehen ist, wenn wir die Annahme machen, daß auch in diesen Verästelungen schon eine gewisse Verbindung zur Erde hin bestanden hat, deren Leitfähigkeit zwar viel kleiner als die der Hauptbahn, immerhin aber doch groß genug war, um bei dem zweiten und dritten Partialschlage noch einen deutlich sichtbaren *Zweigstrom* in sich aufzunehmen. Mit dieser Auffassung steht es dann auch in Einklang, daß die sich in der Fig. 4 wiederholenden Seitenäste ohne Ausnahme solche sind, welche nach unten, d. h. also *zur Erde hin* zeigen; und zwar beobachtet man diese Bevorzugung nicht bloß bei den primären, direkt von der Hauptbahn abzweigenden Ästen, sondern auch sogar bei den sekundären Verzweigungen der letzteren.

Im Grunde genommen sind nun allerdings, wie wir aus den zu der Fig. 3 gemachten Bemerkungen wissen, auch schon die sämtlichen Verästelungen der *ersten* Partialentladung dieser Fig. 4 nur Wiederholungen der bei den Vorentladungen dieses Blitzes ausgebildeten Büschel; und wenn nun allerdings diese Vorentladungen in der Fig. 4 nicht ebenso wie in der Fig. 3 — sowie auch in einigen anderen Aufnahmen jenes Abends — sichtbar geworden sind, so liegt dies offenbar nur daran, daß dieselben im ersteren Falle viel schwächer waren als in den anderen Aufnahmen, wie ja auch unmittelbar aus dem Vergleiche der Stärke des links neben dem oberen Teile der ersten

Partialentladung der Fig. 4 herlaufenden hellen Bandes mit der des entsprechenden Bandes der Fig. 3 hervorgeht.

Darum stellt denn auch das wiederholte Aufleuchten eines Teiles der Seitenzweige der ersten Entladung der Fig. 4 im Grunde genommen nur eine besondere Art der schon bei Besprechung der Fig. 3 aufgeführten Erscheinung dar, daß die Elektrizität der Wolke bei dem Auftreten der Hauptentladung sich in diesem Falle nicht bloß in die Hauptbahnlinie, sondern zugleich auch in die sämtlichen bei den Vorentladungen ausgebildeten Seitenzweige derselben ergoß; und zwar werden wir nun nach dem obigen diese Erscheinung einfach als eine *Stromverzweigung* aufzufassen haben, wie wir sie mit einigen kleinen, durch die äußeren Umstände bedingten Verschiedenheiten ja auch schon bei der Funkenaufnahme der Fig. 1 kennen gelernt haben.

Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, im November 1902.

(Eingegangen 26. November 1902.)

12. *Zur Physik der Flamme;* *von Heinrich Mache.*

(Mitgeteilt aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien.
Mathem.-naturw. Klasse. 108. Abt. II a. Oktober 1899; 111. Abt. II a.
November 1902.)

Die Verbrennungserscheinungen in Gasgemischen (Knallgasen) sind von Bunsen, Berthelot und anderen Chemikern wiederholt studiert worden, wobei sich aber die Arbeiten dieser Forscher nur auf homogene Gasgemische beziehen, d. h. auf solche, welche in allen Teilen die gleiche chemische Zusammensetzung aufweisen. Im folgenden wird versucht, die physikalische Seite der Verbrennungserscheinungen zu studieren. Doch möge auch hier die Annahme gestattet sein, daß das verbrennende Gasgemisch homogen ist. Ist hierdurch wohl im voraus die Gültigkeit unserer Schlüsse an einen bestimmten Flammentypus geknüpft, so wird doch die Behandlung dieses einfachsten Falles allen weiteren Betrachtungen vorausgehen müssen.

In einer Röhre, die weit genug ist, um den Einfluß der Wand vernachlässigen zu können, sei ein derartiges homogenes Gasgemisch enthalten und die Explosion an dem einen Ende der Röhre eingeleitet; sie schreitet dann mit einer bestimmten Geschwindigkeit, der dem Gemisch charakteristischen Explosionsgeschwindigkeit, in der Röhre fort. Der Vorgang ist hierbei der folgende: die Schichte, in welcher die Explosion eben vor sich geht, hat eine aus der frei werdenden Verbindungswärme resultierende, hohe Temperatur, die Verbrennungstemperatur. Ist nun die angrenzende Schichte durch Leitung¹⁾ bis auf die Entzündungstemperatur erhitzt, so explodiert auch diese Schichte und ebenso alle folgenden, bis die Verbindung im ganzen Gemisch erfolgt ist. Es erhellt hieraus, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion und die Wärme-

1) Die Erwärmung der Schichte durch Strahlung wird vernachlässigt. Vgl. auch R. Bunsen, Gasometrische Methoden, 2. Aufl. p. 336. 1877.

leitungskonstante des Gasgemisches in einem nahen Zusammenhange stehen müssen.

Ist das Gas in unserer Röhre nicht in Ruhe, sondern strömt es der Explosion entgegen, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion scheinbar um den vollen Betrag dieser Strömungsgeschwindigkeit vermindert, ja wird selbst negativ, falls das Gas rascher strömt als explodiert. Stationär wird aber die Brennfläche für einen ruhenden Beobachter nur dann sein, wenn die Strömungsgeschwindigkeit genau gleich der Explosionsgeschwindigkeit ist.

Die gleichen Verhältnisse bestehen aber überhaupt in jeder Flamme eines homogenen Gasgemisches. So sei z. B. ein Knallgas in einem Gassack enthalten und ströme unter entsprechendem Überdruck aus einem Brenner beliebiger Form in eine neutrale Atmosphäre. Man erhält eine stationäre Flamme, deren Gestalt mit dem Gasdruck und der Form des Brenners variiert. Aber auch hier findet ein fortwährendes Explodieren des ausströmenden Gases statt. Die Brennfläche bezeichnet die Stelle, an welcher die Explosion vor sich geht. Daß die letztere scheinbar nicht fortschreitet, rührt davon her, daß sich hier das explodierende Gasgemisch selbst der Explosion entgegenbewegt, und zwar offenbar mit derselben Geschwindigkeit, mit welcher die Explosion fortschritte, wenn das Gasgemisch in Ruhe wäre. Diese Geschwindigkeit ist aber die Explosionsgeschwindigkeit. Es ist also die Brennfläche der Flamme eines homogenen Knallgases stets eine Fläche gleicher Strömungsgeschwindigkeit, d. h. die Normalkomponente der Geschwindigkeit des in die Brennfläche einströmenden Gases ist überall die gleiche und zwar gleich der Explosionsgeschwindigkeit des betreffenden Gasgemisches.

Je größer daher diese Explosionsgeschwindigkeit ist, desto näher wird unter sonst gleichen Umständen die Brennfläche an die Ausströmungsöffnung heranrücken, da ja dort auch die Strömungsgeschwindigkeit eine größere ist. Es erklärt sich hieraus das Kleiner- und Größerwerden der Flamme bei Vermehrung, bez. bei Verminderung des Sauerstoffgehaltes des ausströmenden Gemisches, eine Erscheinung, die sich bekanntlich auch leicht an den inhomogenen Gebläseflammen beobachten läßt. Daß hierdurch überhaupt die Form der Flamme

eines homogenen Gasgemisches für jeden speziellen Fall gegeben ist, liegt auf der Hand.

Lassen wir beispielsweise das homogene Knallgas aus einer zylindrischen Röhre ausströmen, so hat über derselben die Brennfläche die Form eines Kegels, wie wir ihn an jedem Bunsenbrenner beobachten können. Sein Öffnungswinkel 2α steht in einfacher Beziehung zur Explosions- und Strömungsgeschwindigkeit des Knallgases. Ist u die letztere, so ist ihre Projektion auf die zum Kegel errichtete Normale AN nach dem oben gesagten gleich der Explosionsgeschwindigkeit c . Es ist somit $c = u \sin \alpha$ und $\sin \alpha = c/u$.¹⁾

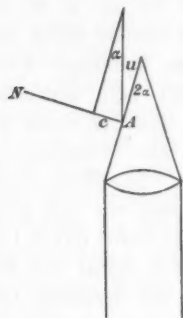


Fig. 1.

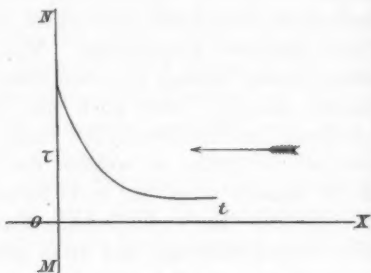


Fig. 2.

Wir wollen zunächst versuchen, unsere Anschauung analytisch zu formulieren.

MN sei die Brennfläche. Das Gasgemisch ströme von rechts in der Richtung des Pfeiles gegen dieselbe. Die Brennfläche sei stationär, d. h. die Geschwindigkeit dieser Strömung sei gleich der Explosionsgeschwindigkeit c . Es wird dann für den ruhenden Beobachter die Brennfläche auf einer ganz bestimmten Abszisse fixiert. Diese Abszisse sei zugleich der Ausgangspunkt der Zählung; es ist also für die Brennfläche $x = 0$. Ferner wissen wir, daß sich das Gas, bis es die Brennfläche passiert, durch Wärmeleitung erwärmt hat und zwar genau bis zur Entzündungstemperatur τ . Es ist dann auch

1) Es dürfte nicht aussichtslos sein, durch Messung von α und u die Explosionsgeschwindigkeit praktisch zu bestimmen. Versuche hierüber sind in Vorbereitung.

offenbar die Explosionsgeschwindigkeit als diejenige zu definieren, mit welcher das Gasgemisch sich gegen die Brennsfläche, in der die hohe Verbrennungstemperatur herrscht, bewegen muß, um in derselben mit der Entzündungstemperatur τ einzutreffen. Die Temperaturverteilung rechts von der Brennsfläche wird während des ganzen Prozesses stationär sein, d. h. zu jeder Abszisse x gehört stets eine ganz bestimmte Temperatur ϑ .

Man greife jetzt zwei Schichten von der Dicke dx heraus, die aneinander stoßen. Die erste Schichte habe die Temperatur ϑ , die zweite die Temperatur $\vartheta + d\vartheta$. Ist k die Wärmeleitungs-konstante, so ist $-k(\partial\vartheta/\partial x)$ die durch die Flächeneinheit in der Zeiteinheit fließende Wärmemenge. Hiervon bleibt in der Raumeinheit der Schichte der Betrag $k(\partial^2\vartheta/\partial x^2)$ zurück, somit in der Schichte selbst der Betrag $k(\partial^2\vartheta/\partial x^2)dx$. Sollen nun die Temperaturverhältnisse stationär sein, so muß das Gas von der Temperatur ϑ , welches sich in der Schichte befindet, von rechts her so oft durch Gas von der niedrigeren Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ ersetzt werden, daß die Wärmemenge $k(\partial^2\vartheta/\partial x^2)dx$ eben hinreicht, um das nachströmende Gas auf die Temperatur ϑ zu bringen. Ist also ρ die Dichte des Gases, C seine spezifische Wärme bei konstantem Druck und muß die Schichte in der Zeiteinheit n mal erneuert werden, so gilt die Gleichung

$$-\rho C dx \cdot n \cdot d\vartheta = k \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx.$$

Bedenken wir nun, daß $n dx$ gleich dem von einer bestimmten Partie des Gases in der Zeiteinheit zurückgelegtem Wege, also gleich der Explosionsgeschwindigkeit c ist, so gilt für den stationären Zustand die Beziehung:

$$\frac{k}{C} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0.^1)$$

1) Kürzer läßt sich diese Beziehung aus der Grundgleichung der linearen Wärmeströmung

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{k}{\rho C} \frac{d^2\vartheta}{dx^2}$$

herleiten. Die letztere gilt nämlich ohne weiteres für einen Beobachter, der sich mit dem Gasstrom bewegt. Für den ruhenden Beobachter ist

A Die Temperaturverhältnisse in der Flamme.

Wir wollen die eben abgeleitete Gleichung zunächst benutzen, um mit ihrer Hilfe die Temperaturen im Innern einer homogenen Flamme zu berechnen. Wir haben ja hierbei nichts anderes zu tun, als unsere Differentialgleichung zu lösen. Zuvor aber sind noch die Größen k , C , ρ und c als Funktionen der Temperatur ϑ auszudrücken. Was zunächst das Produkt ρc anbelangt, so ist dasselbe offenbar von der Temperatur unabhängig, da wegen der Kontinuität des Vorganges die in der Zeiteinheit passierende Masse des Gases für alle Querschnitte die gleiche sein muß. Wir können also ρc auf irgend eine Temperatur, etwa auf den Eispunkt beziehen. Die spezifische Wärme des Gases C setzen wir, ohne einen beträchtlichen Fehler zu begehen, als konstant ein, bemerken aber ausdrücklich, daß auch eine lineare Substitution $C = \gamma + \beta \vartheta$, wie sie Mallard und Le Chatelier¹⁾ einführen, keinerlei Schwierigkeiten begegnen würde. Wir setzen also $\beta = 0$ und $C = \gamma$. Endlich nehmen wir für die Abhängigkeit der Wärmeleitungskonstanten von der Temperatur diejenige Beziehung an, welche sich aus den Schlüssen der Gastheorie ergibt, nämlich $k = K\sqrt{\vartheta}$, eine Beziehung, welche freilich nur für Gase einfacherer Konstitution gelten dürfte. Hierbei ist ϑ nach der absoluten Temperaturskala zu messen. Dann erhalten wir als Lösung unserer Differentialgleichung:

$$x = -\frac{K}{c\varrho\gamma} [\sqrt{\vartheta} + C_1 \operatorname{lognat}(\sqrt{\vartheta} - C_1) - C_2].$$

Ist t die Anfangstemperatur des Gases, so ist für $x = \infty$, $\vartheta = t$. Weiter ist für $x = 0$, $\vartheta = \tau$. Aus diesen Grenzbedingungen bestimmen sich die Konstanten

$$C_1 = \sqrt{t}, \quad C_2 = \sqrt{\tau} + \sqrt{t} \operatorname{lognat}(\sqrt{\tau} - \sqrt{t}).$$

dann gemäß dem Vorgang, wie er bei Ableitung der hydrodynamischen Grundgleichungen geübt wird

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + c \frac{\partial \vartheta}{\partial x}$$

zu setzen. Für den stationären Zustand wird $d\vartheta/dt = 0$; hieraus ergibt sich unsere Gleichung.

1) E. Mallard u. H. Le Chatelier, *Compt. rend.* **104**. p. 1780. 1887.

Um einen konkreten Fall zu haben, soll die Temperaturverteilung für eine homogene Flamme gegeben werden, welche durch Wasserstoffknallgas $2\text{H} + \text{O}$ gespeist wird. Es ist zunächst nach J. Planck¹⁾ $K = 0,00001176$, wenn man das Leitvermögen der Luft bei 0°C . gleich $0,0000525$ setzt. Nach Regnault ist weiter $\rho = 0,000536$ und $\gamma = 0,573$.²⁾ Ferner findet Bunsen³⁾ $c = 3400 \text{ cm/sec}$ und $\tau = 1017$ (744°C). Endlich setzen wir $t = 273$, d. h. wir nehmen an, daß das Gas die Anfangstemperatur von 0°C . besitze. Die folgende kleine Tabelle gibt dann ein Bild von der Temperaturverteilung im zuströmenden, noch nicht explodierten Gase.

Temperatur in Celsiusgraden	Abstand von der Brennfläche in Millimetern
744	0,0000
600	0,0006
400	0,0016
200	0,0032
100	0,0046
50	0,0060
20	0,0077
5	0,0103

Man sieht, daß die Temperaturen mit der Entfernung von der Brennfläche ungemein rapid abnehmen. In der Tat hat im vorliegenden Falle die ganze durch die Brennfläche irgendwie nennenswert vorgewärmte Schichte etwa die Dicke von $\frac{1}{100} \text{ mm}$. Es liegt dies offenbar an der großen Explosionsgeschwindigkeit des Knallgases, welche im Verein mit der geringen Wärmeleitfähigkeit den Wärmestrom nicht weiter in das Innere des zuströmenden Gases vordringen läßt.

Wir wenden uns zunächst zur Betrachtung der Temperaturverhältnisse in der Brennfläche selbst. In der Flamme eines homogenen Knallgases stoßen zwei Gasschichten fast

1) J. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 72. p. 269. 1875.

2) Hier wurde in meiner ersten Publikation irrtümlich $\gamma = 0,2801$ eingeführt.

3) R. Bunsen, Gasometrische Methoden, p. 306 ff.

unmittelbar aneinander, von denen die eine die durch die frei werdende Verbindungswärme resultierende hohe Verbrennungstemperatur, die zweite hingegen die wesentlich niedrigere dem Gasgemenge eigentümliche Entzündungstemperatur τ besitzt. In Wirklichkeit wird dies freilich nie ganz der Fall sein können, da es in der explodierenden Schichte einer gewissen Zeit bedürfen wird, ehe in ihr die Verbindung völlig vor sich gegangen ist. Immerhin zeigt es sich, daß wenigstens bei rasch explodierenden Gasgemengen dieser Grenzfall nahezu erreicht ist, daß wir uns vorstellen dürfen, daß die Fläche von der Entzündungstemperatur und die von der Verbrennungstemperatur fast unmittelbar aneinander stoßen. Es hat mithin der Vorgang der Wärmeleitung in der Brennfläche selbst den Charakter eines Temperatursprunges, oder richtiger gesagt, die Kontinuität des Temperaturgefälles in der Brennfläche selbst bleibt nur innerhalb molekularer Dimensionen erhalten.

Nach allem wird somit die Flächeneinheit der Brennfläche eine ganz bestimmte Wärmemenge passieren, die von der Verbrennungsfläche der Flamme zur Entzündungsfläche strömt und die in erster Annäherung als eine dem Gasgemische eigentümliche Konstante aufgefaßt werden darf. Sie wird in ihrer Gesamtheit dazu verwendet, um das zuströmende Gas bis auf die Entzündungstemperatur τ zu bringen. Bezeichnen wir diese Wärmemenge mit W , so ist auch

$$W = c \varrho \gamma (\tau - t).$$

Da es sich nämlich um einen stationären Vorgang handelt, so ist W auch gleich derjenigen Wärmemenge, welche die Brennfläche in entgegengesetztem Sinne, also von rechts nach links passiert. Es ist nun $c \varrho$ die Masse des Gases, welche der Flächeneinheit der Brennfläche in der Zeiteinheit zugeführt wird. Dieses Gas wurde von der Anfangstemperatur t bis auf die Entzündungstemperatur τ erhitzt. Hierzu mußte offenbar dem Gase der Wärmebetrag $c \varrho \gamma (\tau - t)$ mitgeteilt werden. Man erhält W natürlich auch aus unserer Differentialgleichung, indem man

$$-k \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0}$$

bildet. Hieraus folgt die Explosionsgeschwindigkeit

$$c = \frac{W}{\varrho \gamma (\tau - t)},$$

eine Formel, welche die Abhängigkeit dieser Größe von der Vorwärmung des Knallgases darstellt. Je stärker nämlich diese Vorwärmung, d. h. je höher die Anfangstemperatur t ist, desto schneller explodiert das Gas. Für $t = \tau$ wird $c = \infty$, d. h. die Explosion findet dann gleichzeitig in allen Teilen der Gasmasse statt.

B. Die Schutzwirkung von Drahtgittern gegen Gasexplosionen.

Auf Grund des Gesagten ist es leicht, sich von einem Vorgange Rechenschaft zu geben, der in der Praxis mancherlei Anwendung findet. Es ströme von rechts her ein homogenes Knallgas mit der Geschwindigkeit u durch ein Drahtnetz. Links vom Netze werde es entzündet. Dann wird zunächst die Explosion im Knallgas fortschreiten und sich hierbei dem Drahtnetze nähern oder sich von ihm entfernen, je nachdem $u \leq c$ ist. Wir betrachten nur den ersten Fall, wo sich dann die Brennfläche zunächst mit der Geschwindigkeit $c - u$ dem Drahtgitter nähert, erfahrungsgemäß aber noch vor demselben zum Stillstand kommt, obwohl auch hier die Strömungsgeschwindigkeit des Gases unter der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion bleibt.

Hier geht nämlich ein Teil der durch die Brennfläche dem zuströmenden Gase zugeführten Wärmemenge durch Leitung und Strahlung an das Drahtnetz verloren und wird nur der Rest dazu verwendet, um das zuströmende Gas zu erwärmen. Ist also der Verlust an das Drahtnetz gleich W' , so wird nur der Betrag $W - W'$ dazu verwendet, um das zuströmende Gas auf die Entzündungstemperatur zu bringen. Die Explosionsgeschwindigkeit ist dementsprechend kleiner und bestimmt sich jetzt aus der Gleichung:

$$c' = \frac{W - W'}{q \gamma (\tau - t)}.$$

Der Grund, aus dem die Explosion vor dem Drahtgitter zum Stillstand kommt, ist jetzt einleuchtend. Es tritt dies offenbar dann ein, wenn die Distanz der Flamme vom Gitter so klein geworden ist, daß die Wärmeabgabe an das Gitter eben groß genug ist, um die Explosionsgeschwindigkeit bis auf die Strömungsgeschwindigkeit des Gases u zu erniedrigen. Hierbei bleibt die Temperatur der Brennfläche durchaus die-

selbe und es ist somit nicht ganz korrekt, von einer durch das Drahtgitter bewirkten Abkühlung der Flamme selbst zu sprechen, wie dies häufig geschieht. Vielmehr beruht die Schutzwirkung des Drahtgitters darauf, daß das noch nicht entzündete Gas so stark gekühlt wird, daß die Explosionsgeschwindigkeit bis zur Strömungsgeschwindigkeit des Gases herabsinkt und infolgedessen die Explosion selbst stationär wird. In welcher Entfernung dieses Stationärwerden der Explosion eintritt, hängt offenbar in erster Linie von der Strömungsgeschwindigkeit des Gases ab. Je größer diese, desto größer ist *ceteris paribus* auch die erstere.

Es gelingt auf Grund der oben entwickelten Anschauung unter gewissen Voraussetzungen leicht einen Ausdruck für diese Entfernung *d* zu entwickeln. Wir wollen nämlich erstens die Annahme machen, daß das Gitter ein idealer Leiter der Wärme sei, sodaß es die ihm durch Leitung zugeführte Wärmemenge sofort abgibt, ohne sich hierbei selbst zu erwärmen. Zweitens sei das Gitter so fein, daß es das rechts von ihm befindliche Gas vollkommen vor jeder Erwärmung durch die Brennoberfläche schützt. Es haben also sowohl das Gitter, wie auch das in seiner Ebene befindliche Gas die Anfangstemperatur *t*. Die zwischen der Brennoberfläche *B* und dem Gitter *G* herrschende Temperaturverteilung ergibt sich dann aus der Differentialgleichung

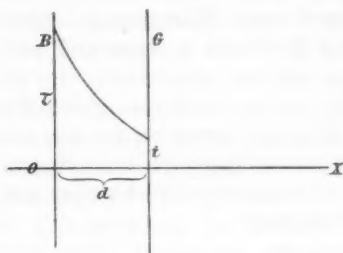


Fig. 3.

$$\frac{k}{C} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \varrho c \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0$$

mit den Bedingungen

$$\vartheta = \tau \text{ für } x = 0$$

$$\text{und } \vartheta = t \text{ für } x = d.$$

Wir wollen hierbei auch die Wärmeleitfähigkeit des Knallgases *k* konstant setzen. Wir könnten wohl bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Temperatur die gleiche Annahme einführen, die wir oben gemacht haben; da aber dann die Berechnung der Konstanten auf transzendente Gleichungen führt und es sich für uns hier nicht um numerische Rechnungen,

sondern nur um die Demonstration unseres Gedankenganges handelt, wozu es wünschenswert ist, die Lösung explicit zu erhalten, wollen wir uns mit dieser Näherung begnügen. Dann ist

$$x = -\frac{k}{c q \gamma} \operatorname{lognat} \left(-\frac{c q \gamma}{k} \vartheta + C_1 \right) + C_2$$

und nach Einsetzung der Werte

$$C_1 = \frac{c q \gamma}{k} \frac{t - \tau e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}}{1 - e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}},$$

$$C_2 = \frac{k}{c q \gamma} \operatorname{lognat} \frac{c q \gamma}{k} \frac{t - \tau}{1 - e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}},$$

$$x = \frac{k}{c q \gamma} \operatorname{lognat} \frac{\tau - t}{\vartheta - t + (\tau - \vartheta) e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}},$$

und hieraus

$$W' = -k \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=d} = c q \gamma \frac{(\tau - t) e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}}{1 - e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}}.$$

Die Kenntnis der Größe W' setzt uns zunächst in den Stand, die durch die Abgabe dieser Wärmemenge an das Gitter veränderte Explosionsgeschwindigkeit c' zu berechnen. Es ergibt sich

$$c' = c \left(1 - \frac{e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}}{1 - e^{-\frac{c q \gamma d}{k}}} \right).$$

Wollen wir endlich die Distanz berechnen, in welcher die Explosion vor dem Gitter zum Stillstand kommt, so haben wir nach den obigen Auseinandersetzungen $c' = u$ zu setzen und die Gleichung nach d aufzulösen. Wir erhalten so die einfache Formel:

$$d = \frac{k}{c q \gamma} \operatorname{lognat} \frac{2 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{u}{c}}.$$

In dieser Distanz vor dem Gitter wird also unter den gemachten Voraussetzungen die Explosion stationär. Ist $u = c$,

so ist $d = \infty$, d. h. die Brennfläche nähert sich überhaupt nicht dem Gitter, da in jeder endlichen Entfernung der an dieses erfolgende Wärmeverlust die Brennfläche nach links abtreibt. Ist $u = 0$, ist also das Gas in Ruhe, so wird

$$d = \frac{k}{c \varrho \gamma} \log \text{nat } 2,$$

d. h. die Flamme verlöscht wegen Mangel an frischer Gaszufuhr in dieser Distanz. Durchschlagen wird die Flamme nur dann, wenn

$$c = \frac{W}{\varrho \gamma (\tau - t)}$$

unendlich groß wird. Das tritt dann ein, wenn $t = \tau$ geworden ist, wenn sich also das Gitter bis zur Entzündungstemperatur erhitzt hat.

Wien, II. Physik. Inst. d. k. k. Universität.

(Eingegangen 2. Dezember 1902.)

13. *Über den Energieumsatz in der Mechanik; von Zemplén Győző.*

Hr. Ostwald hat in seinem Lehrbuch der allgemeinen Chemie¹⁾ folgendes Prinzip ausgesprochen:

Von allen möglichen Energieumwandlungen wird diejenige eintreten, welche in gegebener Zeit den größtmöglichen Umsatz ergibt.

Das Prinzip zeigte sich in folgenden Fällen zur Beschreibung rein mechanischer Erscheinungen geeignet:

I. Ein Massenpunkt besitze in einem Augenblicke eine vertikale Geschwindigkeit, und stehe ausschließlich unter Einwirkung der vertikalen Schwerkraft, der weitere Verlauf der Bewegung nach Ostwalds Prinzip geschieht dann den Tatsachen vollkommen entsprechend (Ostwalds Beispiel l. c.).

II. Die Geschwindigkeiten sämtlicher Punkte eines gegebenen Kräfte unterworfenen Massensystems seien zur Zeit t gleich Null; dann ergibt das Ostwaldsche Prinzip für den ersten Augenblick des weiteren Verlaufes der Bewegung (d. h. für die Zeit t) die Newtonschen Differentialgleichungen der Dynamik.²⁾

III. Die von gegebenen, in demselben Punkte angreifenden Kräften geleistete Arbeit ist unter allen bei gleich großer Verschiebung des Punktes geleisteten Arbeiten die größte, wenn die Verschiebung des Punktes in der Richtung der nach dem Kräfteparallelogramm gebildeten Resultierenden geschieht. (Wichtiger Spezialfall von II, allgemein bekannte Tatsache).

Obwohl schon Boltzmann³⁾ ausgesprochen hat, daß Ostwalds Prinzip nicht allgemein gültig sei, scheinen einige Physiker von der Gerechtigkeit des Boltzmannschen Urtheiles

1) W. Ostwald, Lehrb. der allgemeinen Chemie 2. p. 37. 1891.

2) C. Neumann, Ber. über die Verhandl. d. kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig 44. p. 184. 1892.

3) L. Boltzmann, Wied. Ann. 57. p. 45. 1896.

nicht überzeugt zu sein und zitieren das obige Prinzip als ein ohne Beschränkung gültiges universelles Naturgesetz.

Januschke¹⁾ und Dressel²⁾ schreiben demselben eine ähnliche Bedeutung als dem Prinzip der Erhaltung der Energie zu, und kein geringerer Denker als Mach äußert sich in der letzten Auflage seiner Mechanik bei Besprechung des Gaußschen Prinzip des kleinsten Zwanges folgendermaßen³⁾: „Es macht uns keine Schwierigkeit zu erkennen, daß jede Arbeit, die in einem Zeitelement geleistet werden *kann*, auch *wirklich* geleistet wird“; er sucht in diesem Satze, welcher das auf rein mechanische Vorgänge angewandte Ostwaldsche Prinzip interpretiert werden kann, den Kern des Gaußschen Prinzipes und bringt denselben sogar mit dem Principe der Zusammensetzung der Kräfte (unser Fall III.) in Zusammenhang:

„Schon in dem Prinzip der Zusammensetzung der Kräfte, oder der Unabhängigkeit der Kräfte voneinander, liegen die Eigenschaften, welche der Gaussche Satz verwertet.“⁴⁾

Um die Rolle des Ostwaldschen Prinzipes in der Mechanik zu beleuchten, habe ich versucht die allgemeinen Differentialgleichungen der Bewegung eines Massenpunktes aus dem Ostwaldschen Prinzip abzuleiten, woraus ersichtlich wird, daß das Prinzip im allgemeinen von dem Newtonschen verschiedene Differentialgleichungen liefert, welche *nur* im Falle geradliniger Bewegung und in dem von C. Neumann betrachteten Falle mit letzteren übereinstimmen.

Dadurch wird auch folgende Frage gelöst, welche ganz unabhängig von der Frage der Gültigkeit des Ostwaldschen Axioms ein Interesse bietet:

Welche wäre die Bewegung, die bei gegebenen Kräften ohne Verletzung des Prinzipes der Erhaltung der Energie einen Massenpunkt so ausführen würde, daß die Änderungsgeschwindigkeit der kinetischen Energie in jedem Augenblicke ein Maximum

1) H. Januschke, Das Prinzip der Erhaltung der Energie, p. 12 u. 105. Leipzig 1897.

2) L. Dressel, Lehrb. d. Physik nach den neuesten Anschauungen, p. 253. Freiburg i. Br. 1900.

3) E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, IV. Aufl., p. 393. Leipzig 1901.

4) l. c. p. 394.

sei, und in welchen Fällen stimmt diese Bewegung mit der tatsächlichen überein?

Es sei noch bemerkt, daß ich mich bloß der Übersichtlichkeit halber auf einen Massenpunkt beschränke, denn sämtliche folgende Auseinandersetzungen lassen sich ohne Schwierigkeit auf Massensysteme übertragen.

Es seien x, y, z die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes von der Masse m in einem während unserer Betrachtungen unveränderlichen Koordinatensystem im Augenblicke t ; wir sagen, daß die auf den Punkt einwirkenden Kräfte während einer im Zeitelemente dt stattgefundenen Änderung der Koordinaten um

$$dx = u dt, \quad dy = v dt, \quad dz = w dt$$

eine gewisse *Arbeit* geleistet haben, welche durch eine homogene, lineare Funktion L_{dt} der Änderungen dx, dy, dz gegeben ist:

$$L_{dt} = X dx + Y dy + Z dz,$$

wo wir von den Koeffizienten X, Y, Z voraussetzen wollen, daß sie ausschließlich von den Koordinaten abhängen, und dieselben die rechtwinkligen Komponenten der auf den Massenpunkt m wirkenden Kräfte nennen.

Diese als Funktionen von x, y, z gegebenen¹⁾ Kraftkomponenten sollen die Bewegung des Punktes m folgendermaßen bestimmen.

a) Die während einer gewissen Zeit geleistete Arbeit soll stets der während derselben Zeit eingetretenen Änderung der lebendigen Kraft T des Punktes gleich sein (Prinzip der Erhaltung der Energie).

b) Die in gegebener Zeit eingetretene Änderung der lebendigen Kraft sei bei der tatsächlich eintretenden Bewegung die größte unter allen Änderungen, welche die lebendige Kraft unter Wahrung des Energieprinzipes a) und der eventuell vorhandenen Bedingungsgleichungen während derselben Zeit erleiden könnte (Ostwalds Prinzip des größten Energieumsatzes).

1) Selbstverständlich nehmen wir von X, Y, Z an, daß sämtliche in den folgenden auszuführenden Operationen auch wirklich eindeutig durchgeführt werden können.

Damit nämlich unsere Betrachtungen ihre Allgemeinheit nicht verlieren, werden wir voraussetzen, daß der Punkt gezwungen sei, sich auf einer vorgeschriebenen Fläche zu bewegen, daß also eine Bedingungsgleichung von der Form:

$$(1) \quad q(x, y, z) = 0$$

zwischen den Koordinaten besteht, wo wir aber voraussetzen wollen, daß q weder die Zeit noch die Ableitungen von x, y, z nach derselben explizit enthält.¹⁾

Es sei nun τ ein endlicher, aber so kleiner Zeitraum, daß die während desselben dem Energieprinzip und den Bedingungsgleichungen entsprechenden (virtuellen) Veränderungen der Koordinaten groß gegenüber den Ausdrücken zweiten und höheren Grades derselben seien, dann ist offenbar mit Vernachlässigung der letzteren die während des Zeitraumes $t \dots t + \tau$ geleistete Arbeit:

$$\begin{aligned} L_\tau &= \int_t^{t+\tau} (Xu + Yv + Zw) dt \\ &= \lim_{\substack{x_i - x_{i-1} = 0 \\ y_i - y_{i-1} = 0 \\ z_i - z_{i-1} = 0 \\ (i=1, 2, \dots, n)}} \sum_{i=1}^n \left\{ \left[X(x, y, z) + \frac{\partial X(x, y, z)}{\partial x} (x_i - x) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial X(x, y, z)}{\partial y} (y_i - y) + \frac{\partial X(x, y, z)}{\partial z} (z_i - z) \right] x_i - x_{i-1} \right. \\ &\quad \left. + [Y(x, y, z) + \dots] (y_i - y_{i-1}) \right. \\ &\quad \left. + [Z(x, y, z) + \dots] (z_i - z_{i-1}) \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

wo

$$x_0 = x, \quad y_0 = y, \quad z_0 = z$$

und

$$x_n = \bar{x}, \quad y_n = \bar{y}, \quad z_n = \bar{z}$$

die Werte der Koordinaten zur Zeit $t + \tau$ bedeuten, und x_i, y_i, z_i Zahlenwerte zwischen x und \bar{x} , y und \bar{y} , z und \bar{z} sind, gleich

$$X(x, y, z)(\bar{x} - x) + Y(x, y, z)(\bar{y} - y) + Z(x, y, z)(\bar{z} - z).$$

1) Der Fall, in welchem der Punkt sich auf einer vorgeschriebenen Kurve bewegt, braucht nicht behandelt zu werden, denn in diesem Falle ist die Bewegung des Punktes schon durch das Energieprinzip bestimmt, und das Ostwaldsche Axiom wird überflüssig.

Sind \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} die Komponenten der Geschwindigkeit zur Zeit $t + \tau$, dann gelten um so genauer die Gleichungen:

$$\bar{x} - x = \frac{\tau}{2} (\bar{u} + u), \quad \bar{y} - y = \frac{\tau}{2} (\bar{v} + v), \quad \bar{z} - z = \frac{\tau}{2} (\bar{w} + w),$$

je kleiner τ ist. Zum Schluß werden wir in unseren Ausdrücken zum Grenzwert übergehen, sodaß $\tau = 0$ wird, unsere Endresultate werden daher ganz streng bestehen.

Das Prinzip a) läßt sich daher für einen solchen Zeitraum τ folgendermaßen formulieren:

$$(I) \quad \begin{cases} F = \frac{1}{2} m (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2) \\ - \frac{\tau}{2} [X(\bar{u} + u) + Y(\bar{v} + v) + Z(\bar{w} + w)] = 0, \end{cases}$$

\bar{x} , \bar{y} , \bar{z} , müssen aber auch die Bedingungen (1) erfüllen; es ist aber bei demselben Grade der Annäherung:

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) &= \varphi(x, y, z) + \frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial x} (\bar{x} - x) \\ &+ \frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial y} (\bar{y} - y) + \frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial z} (\bar{z} - z), \end{aligned}$$

daher wegen

$$\varphi(x, y, z) = 0$$

$$(2) \quad G = \frac{\tau}{2} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} (\bar{u} + u) + \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\bar{v} + v) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} (\bar{w} + w) \right] = 0.$$

Nun fragen wir, unter welchen Bedingungen wird die Änderung der lebendigen Kraft

$$T_{t+\tau} - T = \frac{1}{2} m (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2)$$

nebst Wahrung der Bedingungen (I) und (2) bei konstantem τ ein Maximum?

Die Änderung der lebendigen Kraft ist nur von \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} abhängig, so sind \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} als Variable anzusehen, während die Größen

$$x, y, z, X, Y, Z, u, v, w, \tau$$

als Konstanten zu behandeln sind.

Bei einem Extremum von $T_{t+\tau} - T$ wird bekanntlich

$$\delta(T_{t+\tau} - T) = m \bar{u} \delta \bar{u} + m \bar{v} \delta \bar{v} + m \bar{w} \delta \bar{w}$$

bei allen Variationen $\delta \bar{u}$, $\delta \bar{v}$, $\delta \bar{w}$ verschwinden, bei welchen

$$\delta F = \left(m \bar{u} - \frac{\tau}{2} X\right) \delta \bar{u} + \left(m \bar{v} - \frac{\tau}{2} Y\right) \delta \bar{v} + \left(m \bar{w} - \frac{\tau}{2} Z\right) \delta \bar{w} = 0,$$

$$\delta G = \frac{\tau}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \delta \bar{u} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \delta \bar{v} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \delta \bar{w} = 0.$$

Es müssen daher in

$$\delta(T_{t+\tau} - T) + \lambda \delta F - \mu \delta G$$

die Koeffizienten von $\delta \bar{u}$, $\delta \bar{v}$, $\delta \bar{w}$ verschwinden, und so erhalten wir für die Bestimmung der Größen \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} , λ , μ außer den Gleichungen (I) und (2) folgende drei Gleichungen:

$$(3) \quad (1 + \lambda) m \bar{u} - \frac{\tau}{2} \left(\lambda X + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0,$$

$$(4) \quad (1 + \lambda) m \bar{v} - \frac{\tau}{2} \left(\lambda Y + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0,$$

$$(5) \quad (1 + \lambda) m \bar{w} - \frac{\tau}{2} \left(\lambda Z + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0;$$

μ hängt von der speziellen Gestalt der Funktion φ ab, λ kann aber hiervon unabhängig bestimmt werden.

Multipliziert man nämlich die Gleichung (I) mit λ und zieht davon das $(\bar{u} + u)$ -fache der Gleichung (3), das $(\bar{v} + v)$ -fache der Gleichung (4), endlich das $(\bar{w} + w)$ -fache der Gleichung (5) ab, so erhält man:

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{2} m (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2) - \\ & - (1 + \lambda) (\bar{u}(\bar{u} + u) + \bar{v}(\bar{v} + v) + \bar{w}(\bar{w} + w)). \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich:

$$\frac{2(1 + \lambda)}{\lambda} = \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2}{\bar{u}(\bar{u} + u) + \bar{v}(\bar{v} + v) + \bar{w}(\bar{w} + w)}.$$

Dividiert man die Gleichungen (3), (4) und (5) durch $\tau \lambda / 2$ und schreibt ϱ_1 für $2\mu/\lambda$, dann erhält man:

$$(6) \quad X + \varrho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} = m \frac{\bar{u}}{\tau} \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2}{\bar{u}(\bar{u} + u) + \bar{v}(\bar{v} + v) + \bar{w}(\bar{w} + w)}$$

und zwei analoge Gleichungen für die zwei übrigen Koordinatenrichtungen.

Diese Gleichung gilt um so genauer, je kleiner τ ist, bilden wir ihren Grenzwert für

$$\lim \tau = 0,$$

dann ist, wegen

$$\begin{aligned} \lim_{\tau=0} \bar{u} &= u, \quad \lim_{\tau=0} \frac{\bar{u} - u}{\tau} = \frac{d u}{d t} = u' \text{ etc.} \\ \lim_{\tau=0} \frac{\bar{u}}{\tau} &= \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2}{\bar{u}(\bar{u} + u) + \bar{v}(\bar{v} + v) + \bar{w}(\bar{w} + w)} \\ &= \lim_{\tau=0} \bar{u} \frac{(\bar{u} + u) \frac{\bar{u} - u}{\tau} + (\bar{v} + v) \frac{\bar{v} - v}{\tau} + (\bar{w} + w) \frac{\bar{w} - w}{\tau}}{\bar{u}(\bar{u} + u) + \bar{v}(\bar{v} + v) + \bar{w}(\bar{w} + w)} \\ &= u \frac{u u' + v v' + w w'}{u^2 + v^2 + w^2} = u \frac{1}{2 T} \frac{d T}{d t} = \frac{u}{2} \frac{d(\ln T)}{d t} \end{aligned}$$

und man erhält folgende Bewegungsgleichungen für einen dem Ostwaldschen Prinzip in jedem Augenblicke t entsprechenden Punkt:

$$(II) \quad \begin{cases} X + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial x} = m u \frac{u u' + v v' + w w'}{u^2 + v^2 + w^2} = \frac{m u}{2} \frac{d(\ln T)}{d t}, \\ Y + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial y} = m v \frac{u u' + v v' + w w'}{u^2 + v^2 + w^2} = \frac{m v}{2} \frac{d(\ln T)}{d t}, \\ Z + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial z} = m w \frac{u u' + v v' + w w'}{u^2 + v^2 + w^2} = \frac{m w}{2} \frac{d(\ln T)}{d t}, \\ \varphi(x, y, z) = 0, \end{cases}$$

wo

$$\varrho = \lim_{\tau=0} \rho_1.$$

Das Ostwaldsche Prinzip ergibt daher im allgemeinen ein von dem Newtonschen verschiedenes Gleichungssystem, denn erstens sind im System (II) die Kraftkomponenten

$$X + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Y + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad Z + \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

nicht mit den Beschleunigungen, aber mit den Geschwindigkeiten proportional, zweitens hängt jede Kraftkomponente nicht ausschließlich von der in ihrer Richtung stattfindenden Änderung der Bewegung, sondern von der Änderung der ganzen lebendigen Kraft des Punktes ab.

Es gibt aber dennoch Fälle, in welchen das System (II) die gewöhnlichen dynamischen Differentialgleichungen liefert,

und diese sind eben die von C. Neumann und von Ostwald betrachteten Fälle.

Es sei z. B. im Augenblicke t

$$u = v = w = 0,$$

dann ist in Formel (6) der Faktor von $m(\bar{u}/\tau)$ auf der rechten Seite gleich 1 und die Bildung des Grenzwertes liefert wegen

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\bar{u}}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\bar{u} - u}{\tau} = \frac{du}{dt}, \text{ etc.}$$

in vollkommener Übereinstimmung mit Neumanns Resultat:

$$X + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial x} = m u', \quad Y + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial y} = m v', \quad Z + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} = m w'.$$

Ebenso erhält man die gewöhnlichen Differentialgleichungen im Falle, daß sich die Bewegung des Punktes auf einer Geraden vollzieht; fällt nämlich diese Gerade z. B. mit der x -Achse zusammen, dann ist bei allen Werten von t :

$$v = w = 0$$

und das System (III) liefert wieder

$$(7) \quad X + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial x} = m u'.$$

Diese letztere Tatsache ist aber keineswegs eine charakteristische Eigenschaft des Ostwaldschen Prinzipes, denn für den Fall geradliniger Bewegung liefert schon das Prinzip der Erhaltung der Energie allein die Bewegungsgleichung, dieselbe ist daher überhaupt kein Ergebnis des Maximumprinzipes. Wohl wird aber eine charakteristische Eigenschaft des Ostwaldschen Prinzipes durch folgenden Satz ausgesprochen:

Ostwalds Prinzip ergibt für den ganzen Verlauf der Bewegung eines freien Punktes ausschließlich im Falle geradliniger Bewegung die gewöhnlichen dynamischen Differentialgleichungen.

Denn sollen die Gleichungen

$$(8) \quad \begin{cases} 2X = m u \frac{d(\ln T)}{dt}, \\ 2Y = m v \frac{d(\ln T)}{dt}, \\ 2Z = m w \frac{d(\ln T)}{dt} \end{cases}$$

und

$$(9) \quad X = m u', \quad Y = m v', \quad Z = m w'$$

für jeden Augenblick t gleichzeitig bestehen, dann folgt hieraus, daß in jedem Augenblicke:

$$\frac{u'}{u} = \frac{v'}{v} = \frac{w'}{w},$$

d. h.

$$\ln u = \ln v + \ln B = \ln w + \ln C,$$

wo B und C von t unabhängig sind, daher

$$u = Bv = Cw,$$

also die Richtung der Geschwindigkeit konstant und die Bewegung geradlinig ist. Es werden also in allen Fällen, wo die Gleichungen (9) eine nicht geradlinige Bewegung liefern, die Gleichungen (8) eine andere, ebenfalls nicht geradlinige Bewegung ergeben.

So reichen offenbar zur Beschreibung der Bewegung der Planeten nach Ostwalds Prinzip nicht nur die Newtonschen Gravitationskräfte nicht aus, sondern es kann diese Bewegung überhaupt mit Voraussetzung zentraler Kräfte nicht beschrieben werden, denn nach Ostwalds Axiom verursacht jede Zentralkraft eine geradlinige Bewegung, eben weil die Geschwindigkeit, also die Bahntangente, während des ganzen Verlaufes der Bewegung gegen das Kraftzentrum gerichtet ist.

Es wäre dennoch möglich, die ganze Mechanik auf Grund des Ostwaldschen Axioms widerspruchsfrei aufzubauen, nur müßte man zur Beschreibung der tatsächlichen Bewegungen andere Kräfte voraussetzen als in der Newtonschen Mechanik, doch wäre dies hauptsächlich wegen des folgenden Satzes, welcher etwa als das Analogon des ersten Newtonschen Axioms in der Ostwaldschen Mechanik betrachtet werden kann, überhaupt nicht vorteilhaft:

Ein sich selbst überlassener Punkt bewegt sich auf einer ganz beliebigen Kurve, aber so, daß seine lebendige Kraft immer konstant sei (bewegt sich z. B. mit gleichmäßiger Geschwindigkeit auf einer Geraden, rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf einer Kreisbahn von beliebigem Radius etc.).

Ist nämlich $T = \text{konst.}$, so folgt aus (8), daß:

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = 0.$$

Die Bewegung eines sich selbst überlassenen Punktes wäre daher in der Ostwaldschen Mechanik weit weniger bestimmt als in der Newtonschen, und kennen wir die Geschwindigkeit des Punktes in einem Augenblick, so ist damit durch Newtons Axiom der ganze Verlauf der Bewegung bestimmt, während dies in der Ostwaldschen Mechanik nicht der Fall ist.

Ostwalds Prinzip zieht die Trägheit der Masse nicht in Betracht und dies macht es zur Beschreibung mechanischer Erscheinungen ungeeignet.

Budapest, am 16. November 1902.

(Eingegangen 19. November 1902.)

14. *Über Absorption von Gravitationsenergie durch radioaktive Substanz; von Robert Geigel.*

Im Januar 1902 begann ich mit Versuchen, welche mich darüber aufklären sollten, ob die von radioaktiven Substanzen ausgegebene Energie möglicherweise durch Aufnahme von Gravitationsenergie ersetzt würde. Bei den damals angestellten vorläufigen Versuchen wurde an den einen Balken einer empfindlichen Wage ein Bleikügelchen von etwa 6,5 g mit dünnem Draht angehängt, die Einstellung des Zeigers bestimmt, dann unter die Bleikugel 1 g radioaktive Substanz, auf einem Uhrgläschen ausgebreitet, gebracht und die Einstellung neuerdings bestimmt.

Eine Reihe solcher Wägungen gab im Mittel einen scheinbaren Gewichtsverlust der Bleikugel um 0,035 mg.

Auf diese Wägungen näher einzugehen, wird, da sie Vorversuche vorstellen, nicht nötig sein.

Aus äußeren Gründen mußte ich die Sache liegen lassen und kam erst im November wieder dazu, die Untersuchung fortzusetzen.

Verwendet wurde 1 g radioaktiver Substanz, die von Hrn. de Haën bezogen ist. Die Wage führt an der Zeigerskala 20 Intervalle und gibt für eine Mehrbelastung der einen Seite um 1 mg einen Ausschlag von 2,748 Teilstrichen. Die Belastung der rechten Schale ist von jetzt ab immer 6,590 g, an dem linken Arm über der Schale hängt die kleine Bleikugel.

Ich möchte gleich die ersten Wägungen etwas ausführlicher angeben.

1. Ohne radioaktive Substanz: Aus fünfmaliger Beobachtung der Zeigerschwingung (jedesmal fünf Ablesungen links und vier Ablesungen rechts) ergibt sich als Ruhestellung 8,767 mit dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm 0,0388$.

2. Links unter dem Kügelchen (Abstand 1,1 cm) die radioaktive Substanz in dem Uhrschälchen: Aus ebensoviel Beob-

achtungen Ruhestellung des Zeigers bei 8,661 mit dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm 0,018$.

Beide Resultate bedeuten bei der Empfindlichkeit von 2,748 Teilstrichen pro Milligramm einen scheinbaren Gewichtsverlust der Bleikugel von 0,0386 mg.

Ähnliche Resultate gaben eine Reihe weiterer Wägungen, von denen ich zunächst bloß das Resultat gebe: Scheinbarer Gewichtsverlust 0,0416, 0,0599, 0,0377, 0,0449 mg.

Es zeigte sich, daß die Höhe des scheinbaren Gewichtsverlustes abhängig ist von einer Behandlung der radioaktiven Substanz durch Schütteln oder Rühren kurz vor der Wägung. Sie war bei den zuletzt angegebenen Resultaten, wie meine Aufzeichnungen zeigen, der Reihe nach „mit Metall umgerührt“, „mit Metall durchgearbeitet“, bloß „geschüttelt“ und zuletzt wieder „geschüttelt“.

Überlegt man, was außer „Absorption von Gravitationsenergie“ sonst noch für die Erklärung des scheinbaren Gewichtsverlustes herbeigezogen werden könnte, so ergibt sich als denkbar, aber nicht wahrscheinlich elektrostatische Abstoßung; oder Aufprallen von fortgeschleuderten, ausgestrahlte Teilchen an die Bleikugel.

Wäre das letztere richtig, so müßte mit Verkleinerung der Oberfläche der radioaktiven Substanz eine Verminderung des scheinbaren Gewichtsverlustes Hand in Hand gehen. Es trat aber gerade das Gegenteil ein, wie folgende Wägungsergebnisse zeigen:

1. Radioaktive Substanz auf dem Uhrschildchen ausgebreitet, Durchmesser 2,75 cm, Gewichtsverlust 0,0248 mg.
2. Radioaktive Substanz etwas aufgehäuft, Durchmesser 2,1 cm, Gewichtsverlust 0,0476 mg.
3. Radioaktive Substanz in kleinerem Glasschildchen, oberer Durchmesser 1,8 cm, Gewichtsverlust 0,0778 mg.

Dies führt unmittelbar zu dem Gedanken, daß die Dicke der Schicht von radioaktiver Substanz unter der Bleikugel, oder der Weg, den die (man gestatte mir vorläufig den Ausdruck) von der Erde kommenden Gravitationsstrahlen durch die radioaktive Substanz zurückzulegen haben, auf den scheinbaren Gewichtsverlust Einfluß hat, daß also etwas wie Absorption von Gravitationsenergie stattfindet.

Jetzt lag es natürlich nahe, der radioaktiven Substanz bestimmte Höhen- und Breitendimensionen zu geben und deren Einfluß zu beobachten.

Von vornherein ist es wahrscheinlich, daß bei gleichbleibender Menge der radioaktiven Substanz ein Zylinder von bestimmter Höhe das Maximum von Absorption geben müsse, da offenbar sowohl, wenn die Höhe des Zylinders $= 0$, sein Durchmesser also ∞ ist, als auch, wenn seine Höhe $= \infty$, sein Durchmesser aber $= 0$ ist, keine Absorption eintreten würde. Ob ein solches Maximum zu finden ist, möge aus den folgenden Versuchen, die ich nun genauer angeben will, ersehen werden.

Ich stellte mir eine Reihe von Glaszylinderchen her durch Aufkitten von kurzen Stücken von Glasröhren verschiedener innerer Durchmesser auf ebene Glasstückchen. Oben waren die Röhren offen.

Die Wage wurde neu horizontiert und die Versuche sind in einem Zug gemacht. Es sind jedesmal drei Beobachtungen mit fünf Ablesungen links und vier Ablesungen rechts gemacht.

I. Ohne radioaktive Substanz.

8,065, 8,063, 8,060; Mittel: 8,0627; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,00145$.

II. Mit radioaktiver Substanz in den Glaszylinderchen.

a) Durchmesser des Zylinders 19 mm, Höhe der Substanz 3 mm.

7,907, 7,94, 7,853; Mittel: 7,921; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,02904$.

b) Durchmesser 11 mm, Höhe 9 mm.

7,798, 7,830, 7,840; Mittel: 7,823; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,01267$.

c) Durchmesser 7 mm, Höhe 21 mm.

7,543, 7,743, 7,836, 7,883¹⁾; Mittel: 7,751; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,07438$.

d) Durchmesser 13,5 mm, Höhe 7,5 mm.

7,423, 7,550, 7,720; Mittel: 7,564; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,08604$.

III. Wieder ohne radioaktive Substanz.

7,860, 7,830, 7,956; Mittel: 7,882; wahrscheinlicher Fehler $\pm 0,038$.

Auffallend ist hier der Unterschied zwischen den beiden Wägungen ohne radioaktive Substanz (I. und III.) am Anfange

1) Hier absichtlich vier Beobachtungen.

und Schluß, ein Unterschied, der den wahrscheinlichen Fehler übersteigt. Eine wesentliche Änderung in der Gleichgewichtslage der Wage durch äußere Umstände dürfte, da die Beobachtungen in einem Zuge gemacht wurden, ausgeschlossen sein. Dann bliebe zur Erklärung bloß noch eine noch nachträglich bemerkbare Einwirkung der radioaktiven Substanz auf ihre Umgebung; es könnte z. B. die unter der Uhrschale hängende Wagschale sekundär radioaktiv geworden sein und diese Eigenschaft erst wieder nach und nach verlieren. Daß ähnliches eingetreten ist, deutet vielleicht der Umstand an, daß, wie III. zeigt, der ursprüngliche Zustand sich wieder herstellen zu wollen scheint, indem die letzte, also nach Verfluß etwas längerer Zeit gemachte Beobachtung schon 7,956 gibt, was mit I. wieder viel besser übereinstimmt. Deshalb und wegen der offenbaren Zuverlässigkeit der Beobachtungen unter I. lasse ich in folgender Berechnung die Beobachtung III. außer Betracht; würde sie einbezogen werden, so würden die Zahlen etwas kleiner ausfallen.¹⁾

	Höhe	Unterschied der Einstellung	Scheinbarer Gewichtsverlust
ad II. a)	3 mm	0,1417	0,05156 mg
b)	9	0,1494	0,08723
c)	21	0,2214	0,11342
d)	7,5	0,4987	0,18147

(Die scheinbaren Gewichtsverluste würden sich bei Einrechnung von III. ergeben zu: 0,01870, 0,05436, 0,0805 und 0,1486 mg.)

Bei einer Höhe von 7—8 mm scheint ein Maximum der Absorption einzutreten; diese steigt dann allerdings auch wieder bei 21 mm Höhe.

Der Gewichtsverlust des Bleikügelchens würde einem scheinbaren Massenverlust der Erde entsprechen.

Es sei m die Masse des Bleikügelchens, μ der Massenverlust des Bleikügelchens, M die Masse der Erde, M der Massenverlust der Erde.

1) Genauere Betrachtung einzelner Resultate zeigt überhaupt, daß noch eine Reihe feinerer und feinsten Beobachtungen anzustellen wären, von denen ich später einige wenigstens andeuten werde.

Dann ist

$$M(m - \mu) = (M - M) \cdot m,$$

hieraus

$$(1) \quad M = M \frac{\mu}{m}.$$

Wir betrachten das Bleikügelchen als Punkt an der Oberfläche der Erde und denken uns von diesem aus nach allen Richtungen Strahlen in die Erde gezogen, die mit der Senkrechten, also mit dem Erddurchmesser den Winkel α bilden, der von $0-90^\circ$ variiert. In der Richtung jeder solcher Sehne wirkt eine Masse, die proportional mit der Länge der Sehne und, da wir die Masse im Schwerpunkt der Sehne denken können, eine Kraft, die umgekehrt proportional dem Quadrat der Sehnenlänge, zusammen also umgekehrt proportional der Länge der Sehne ist. Von dieser kommt die Vertikalkomponente in Betracht, welche dem $\cos \alpha$ proportional ist. Da aber die Länge der Sehne selbst proportional mit $\cos \alpha$ ist, so ist die Vertikalkomponente jeder solcher Sehne konstant. Es kann also die Summierung aller dieser Vertikalkomponenten erfolgen, indem man sie alle als gleichlang betrachtet und vom Bleikügelchen aus nach allen Seiten von $\alpha=0^\circ$ bis $\alpha=90^\circ$ angeordnet, d. h. eine Halbkugel vom doppelten Erdradius erfüllend, in deren Mittelpunkt das Bleikügelchen ist.

Von allen diesen Richtungen geht je nach der Anordnung der radioaktiven Substanz ein größerer oder kleinerer Teil, auf kleinerem oder größerem Wege durch diese hindurch, ein anderer Teil daran vorbei. Der hindurchgehende Teil erfüllt von jener Halbkugel einen Ausschnitt vom Zentriwinkel 2α , dessen Inhalt $K = \frac{2}{3} r^3 \pi (1 - \cos \alpha)$ ist, wenn r der Radius der Halbkugel.

Dieser Winkel α ist in jedem Fall durch die Gestalt des Zylinders der radioaktiven Substanz und ihre relative Lage zum Bleikügelchen bestimmt. Ist b der Halbmesser des Zylinders, s die Entfernung seiner Basis vom Bleikügelchen so ist

$$\cos \alpha = \frac{s}{\sqrt{b^2 + s^2}},$$

also

$$K = \frac{2}{3} r^3 \pi \left(1 - \frac{s}{\sqrt{b^2 + s^2}} \right).$$

Dies ist von der ganzen Halbkugel der

$$\frac{2}{3} r^3 \pi \left(1 - \frac{s}{\sqrt{s^2 + b^2}} \right) : \frac{2}{3} r^3 \pi^{10} \text{ Teil.}$$

Es geht also von allen von der Erde ausgehenden Gravitations-vertikalkomponenten der $1 - \frac{s}{\sqrt{s^2 + b^2}}$ te Teil durch die radioaktive Substanz und zwar auf einer Strecke gleich der Höhe h des Zylinders.

Unter der Annahme, daß Absorption stattfindet, sei a der „Schwächungskoeffizient“ (a ein echter Bruch, sodaß von einer ursprünglichen Energie E nach dem Durchgang durch den Weg W bloß noch Ea^W vorhanden ist), dann muß mit Rücksicht auf Gleichung (1)

$$M \left(1 - \frac{s}{\sqrt{b^2 + s^2}} \right) (1 - a^h) = M \frac{\mu}{m}$$

sein. Hieraus

$$1 - a^h = \frac{\mu}{m} \frac{\sqrt{b^2 + s^2}}{\sqrt{b^2 + s^2} - s},$$

und hieraus kann a gerechnet werden. Der Kürze halber sei die vorige Gleichung geschrieben:

$$1 - a^h = A, \quad a^h = 1 - A.$$

Ich habe nun für die Fälle II. a), b), c), d) die Größe a gerechnet und finde folgendes¹⁾:

ad a)	$A = 0,000\,098\,584,$	$h = 3,$	$a = 0,999\,97$
ad b)	$A = 0,000\,479\,71,$	$h = 9,$	$a = 0,999\,95$
ad c)	$A = 0,002\,354\,6,$	$h = 21,$	$a = 0,999\,89$
ad d)	$A = 0,001\,394\,6,$	$h = 7,5,$	$a = 0,999\,82$

Nun noch einige Bemerkungen, die aber nur den Charakter vorläufiger Andeutungen haben sollen:

In sehr vielen Fällen ist mir aufgefallen, daß bei untergeschobener radioaktiver Substanz die Zeigerbeobachtungen rasch zunehmende Zahlen liefern, in der kurzen Zeit (vielleicht 5—10 Min.), die von der ersten bis zur letzten verfließt. Ich verweise zuerst auf die Beobachtungen II. b), c) und d). Aber auch viele andere, hier nicht ausführlich angegebene

1) $s = 38 \text{ mm.}$

Beobachtungen zeigen dasselbe, so insbesondere die auf p. 430 „mit Metall durchgearbeitet“ bezeichnete, die als Mittelwert 0,0599 mg scheinbaren Gewichtsverlust gab. Deren einzelne Zeigerbeobachtungen waren:

8,688, 8,783, 8,923, 9,038.

Diese und mehrere andere Beobachtungen ließen vielleicht schließen, daß durch das Schütteln und Umrühren eine verhältnismäßig große Menge absorbierter Energie verloren geht, die dann zuerst rasch, dann immer langsamer wieder ersetzt wird. In der Tat werden durch solche Eingriffe neue Oberflächen geschaffen, die die Ausstrahlung begünstigen und ich fand z. B., daß bei möglichst gleichmäßig geladenem Elektroskop die ausgeruhte Substanz dasselbe in 25 Sek., die geschüttelte in 20 Sek. entlud. Ein anderes Mal bei schwächer geladenem Elektroskop die ausgeruhte Substanz in 9 Sek., die geschüttelte in 7 Sek.

Zum Schluß will ich noch erwähnen, daß, als ich einmal die radioaktive Substanz mit einem Stanniolblättchen bedeckte, eine scheinbare *Gewichtszunahme* von 0,0201 mg eintrat, was ich elektrostatischer Wirkung zuzuschreiben geneigt bin.

Aschaffenburg, Physik. Inst. d. forstl. Hochschule.

(Eingegangen 20. Dezember 1902.)

15. *Über die Grundlage der Lösungstheorie;
eine Erwiderung;
von Max Planck.*

Im letzten Heft dieser Annalen hat Hr. Math. Cantor unter dem obigen Titel die von mir ausgearbeitete thermodynamische Theorie der Lösungen einer Kritik¹⁾ unterzogen, durch die er zu der Schlußfolgerung geführt wird, daß diese Theorie auf unzureichender Grundlage ruht und daher strengeren Anforderungen gegenüber nicht aufrecht erhalten werden kann. Demgegenüber beabsichtige ich im folgenden den Nachweis zu führen, daß die Kritik des Hrn. Cantor nicht berechtigt ist, ja daß sie vielmehr im Grunde auf eine Verkennung der eigentlichen Bedeutung der modernen Lösungstheorie hinausläuft.

Hr. Cantor richtet seinen Angriff gegen einen von mir aufgestellten Satz, den er mit Recht als das eigentliche Fundament meiner ganzen Theorie ansieht. Es ist der Satz, daß eine jede Lösung, falls man unter Festhaltung der physikalischen Homogenität, sowie der chemischen Natur aller darin enthaltenen Moleküle, den Druck und die Temperatur geeignet variiert, schließlich in den Zustand eines Gemisches idealer Gase übergeht.²⁾ Hr. Cantor bestreitet die Zulässigkeit der Annahme eines solcherweise erreichten Gaszustandes. „Es müßte nachgewiesen werden, daß er einen überhaupt möglichen Zustand des Stoffs darstellt, daß er wenigstens als augenblicklicher Bewegungszustand möglich sei. Hierfür ist aber nie ein theoretischer Beweis erbracht worden, und die direkte Erfahrung berechtigt durchaus nicht zu einer solchen Annahme.“

Darauf ist zunächst zu erwidern, daß die Möglichkeit, bei konstanten Moleküllzahlen Druck und Temperatur beliebig zu

1) M. Cantor, Ann. d. Phys. 10. p. 205. 1903.

2) M. Planck, Wied. Ann. 32. p. 487. 1887.

variieren, einfach auf dem Umstande beruht, daß die Molekülzahlen mit dem Druck und der Temperatur zusammen die unabhängigen Variablen bilden, welche zur eindeutigen Bestimmung des Zustandes der betrachteten Lösung notwendig sind, und daß diese Variablen von vornherein durchaus keiner Beschränkung unterliegen, außer der hier nicht in Betracht kommenden, chemisch selbstverständlichen, daß bei einer etwaigen Veränderung der Molekülzahlen die Atomzahlen im ganzen ungeändert bleiben müssen. Sonach steht vom allgemein thermodynamischen Standpunkt aus nichts im Wege, bei konstanten Molekülzahlen und unter Vermeidung der Bildung einer neuen Phase den Druck beliebig abnehmen zu lassen und die Temperatur beliebig zu steigern; und wenn dies einmal anerkannt wird, so bedarf es nur noch der Voraussetzung, daß man bei gehöriger Fortsetzung dieses Prozesses schließlich beim idealen Gaszustand anlangt, — eine Annahme, der man kaum eine andere wird entgegenstellen können, und der auch Hr. Cantor wenigstens nicht direkt widerspricht. Einen Gegensatz aber zwischen dem „gelösten“ und dem „gasförmigen“ Zustand, wie ihn Hr. Cantor p. 206 aufstellt, kennt die Thermodynamik überhaupt nicht.

Etwas ganz anderes ist es, wenn man nur solche Zustände als möglich ansieht, die durch die Bedingung des physikalisch-chemischen Gleichgewichtes ausgezeichnet sind. Dann muß nämlich eine bestimmte thermodynamische Funktion ein Maximum besitzen, und aus dieser Bedingung folgen für das chemische Gleichgewicht ebensoviel Beziehungen zwischen den Variablen, als Arten chemischer Umsetzung zwischen den Molekülen möglich sind, und für das physikalische Gleichgewicht eine weitere Beziehung, falls die Lösung in zwei Phasen zerfällt, und zwei Beziehungen, falls die Lösung in drei Phasen zerfällt. Aber Hr. Cantor hebt wenige Zeilen vor dem oben angeführten Zitat selber ganz richtig hervor, daß meine Beweisführung der Bedingung des Gleichgewichtes nicht bedarf. In der Tat handelt es sich bei der Anwendung des strittigen Satzes gar nicht um einen wirklich ausführbaren Prozeß, sondern nur um die Untersuchung der Abhängigkeit der Entropiefunktion von den unabhängigen Variablen. Rein thermodynamisch betrachtet besitzt ein jeder durch irgend ein

Wertensystem der Variablen bedingter Zustand von vornherein genau die gleiche Berechtigung wie jeder andere, und wenn wir aus natürlichen Gründen daran gewöhnt sind, bei der theoretischen Untersuchung solcher Zustände zunächst immer an Gleichgewichtszustände zu denken, so müssen wir eben, wenn es sich ausgesprochenenmaßen um allgemeinere Zustände handelt, diese Gewohnheit möglichst abzulegen suchen. Daraus aber einen Einwand gegen thermodynamische Untersuchungen solcher Zustände abzuleiten, geht nicht wohl an; denn es wäre doch gewiß eine Ungereimtheit, noch einen besonderen Nachweis dafür zu verlangen, daß man berechtigt ist, den unabhängigen Variablen eines Systems willkürliche Werte beizulegen.

Den besprochenen Einwand kann ich also nicht als berechtigt anerkennen. Jedoch hat mir der letzte Satz des obigen Zitates, und noch mehr die Lektüre der darauf folgenden Betrachtungen des Hrn. Cantor den Eindruck erweckt, als ob seine Kritik im letzten Grunde auf die Unmöglichkeit der *experimentellen* Realisierung der von mir betrachteten Zustände zurückgeht, indem sie sich auf den allgemeineren Gedanken beruft, daß ein physikalisch wirklich bindender Beweis nimmermehr, auch nicht indirekt, aus der Betrachtung von Vorgängen hergeleitet werden kann, die sich in der Natur nicht einmal annähernd realisieren lassen. Denn nehmen wir z. B. irgend eine mittels eines nur in idealem Sinne ausführbaren Prozesses aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik abgeleitete Folgerung, so wäre ganz gewiß niemand im stande, eine etwaige Nichtübereinstimmung dieser Folgerung mit der Erfahrung zur kompensationslosen Verwandlung von Wärme in Arbeit wirklich zu verwerten.

Dieser generelle Einwand gegen die Benützung idealer Prozesse in der Thermodynamik ist so naheliegend und zugleich vom rein logischen Standpunkt aus so unanfechtbar, daß ich bisher jede Gelegenheit benutzt habe, ihn nachdrücklich hervorzuheben und zu besprechen, am ausführlichsten vor elf Jahren in einem Vortrage vor der 64. Naturforscherversammlung in Halle.¹⁾ Es sei mir daher zunächst gestattet, aus dem damals

1) M. Planck, Zeitschr. f. phys. Chem. 8. p. 647. 1891.

eingeschlagenen Gedankengang hier einiges in etwas anderer Form zu wiederholen.

Zunächst ist hervorzuheben, daß sich der genannte Einwand nicht allein gegen meine Theorie der Lösungen, sondern gegen eine in der Thermodynamik allmählich immer üblicher gewordene theoretische Beweismethode richtet. Schon Clausius¹⁾ hat einen durch anerkannt labile Zustände hindurchführenden Prozeß, nämlich die Überführung einer Substanz aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand auf der sogenannten theoretischen Isotherme, d. h. unter Festhaltung der physikalischen Homogenität, ohne Spaltung in zwei Aggregatzustände, zur Grundlage einer thermodynamischen Deduktion gemacht, welche zu einer einfachen Berechnung der Lage des Sättigungspunktes auf der Isotherme führt. Von diesem physikalischen Prozeß ist mein eingangs erwähnter Kontinuitätssatz, dessen Zulässigkeit von Hrn. Cantor angefochten wird, nur eine Verallgemeinerung in chemisches Gebiet hinein. Ferner ist hier vor allem zu nennen die van't Hoff'sche Methode der semipermeablen Wände. Wenn man die Fälle aufsucht, in denen sich eine semipermeable Wand in der Natur realisieren läßt, so wird man gewiß nur auf eine verschwindend kleine Anzahl stoßen. Und doch trennt man in der Theorie durch das Hilfsmittel der semipermeablen Wände mit derselben Leichtigkeit die Bestandteile einer Metallmischung voneinander, wie die Moleküle eines teilweise dissoziierten Gases von ihren Zersetzungsprodukten, ja sogar die Moleküle eines Elektrolyten von seinen Ionen, ohne daran Anstoß zu nehmen, daß letztere auch nicht einen Augenblick lang isoliert existieren können, ohne sich teilweise wieder zu vereinigen.

Wie ist nun ein solches, gegenwärtig so häufig und mit Erfolg angewandtes Verfahren zu rechtfertigen? Gewiß nicht dadurch, daß man dem Problem rein begrifflich zu Leibe geht und z. B. die Bedeutung des Wortes „labil“ zergliedert; noch weniger dadurch, daß man auf kinetische Vorstellungen zurückgeht, denn diese bedürfen selber erst der Stütze. Der einzige wirklich bindende Beweis für die theoretische Zulässigkeit dieser idealen Prozesse beruht vielmehr darauf, daß die aus ihrer

1) R. Clausius, Wied. Ann. 9. p. 356. 1880.

Benutzung gezogenen zahlreichen Schlüsse, sofern sie sich nach den Prinzipien der Thermodynamik und unter Vermeidung besonderer Nebenannahmen mit Notwendigkeit ergeben, noch niemals zu einem Widerspruch mit der Erfahrung geführt haben, wohl aber in manchen Fällen durch die Erfahrung direkt bestätigt worden sind. Eine andere Beweismethode kennt aber die Naturwissenschaft bekanntlich überhaupt nicht. Auch die Hauptsätze der Thermodynamik selber, ja sogar die Prinzipien der Mechanik, finden ihren Beweis nicht durch die Prüfung der allgemeinen Fassung, sondern durch die Prüfung der einzelnen Konsequenzen; die letztere ist es, durch die man schließlich trotz aller berechtigten und notwendigen Kritik genötigt wird, auch das allgemeine Prinzip anzuerkennen. Und doch wird niemand behaupten wollen, daß es unzulässig ist, das Gebäude der Thermodynamik oder das der Mechanik auf derartige Prinzipien direkt zu fundieren.

Gewiß ist es einem jeden Theoretiker unbenommen, auf die Benutzung idealer Prozesse ganz zu verzichten, wenn er ihrer Beweiskraft nicht traut. Dieser Standpunkt bedeutet aber gleichzeitig auch einen Verzicht auf ein ebenso fruchtbares wie erprobtes und bewährtes Hilfsmittel der Forschung. Es ist nicht nur die große Vielseitigkeit und Bequemlichkeit der Handhabung dieser idealen Prozesse, sobald man sich an ihre Benutzung erst einmal gewöhnt hat, sondern vor allem auch der Umstand, daß diese Methode absolut exakt, im mathematischen Sinne, arbeitet, was ihr ihre eigentümliche Bedeutung verleiht, als wertvolle Ergänzung zu den experimentellen Methoden, die zwar unmittelbare Wahrheit liefern, aber des letztgenannten Vorzuges entbehren. Denn daß die idealen Prozesse nur angenähert richtige Resultate geben sollten, ist natürlich ausgeschlossen: entweder müssen dieselben als absolut genau angesehen werden, oder sie sind gänzlich zu verwerfen. Eben dadurch wird aber auch die Prüfung ihrer Zuverlässigkeit sehr erleichtert; denn man darf die begründete Erwartung hegen, daß ein etwaiger Mangel sich sehr bald durch gänzlich falsche, von der Erfahrung weit abweichende Resultate verraten würde.

Ohne das Hilfsmittel der idealen Prozesse würde die gegenwärtig durch die Arbeiten von J. H. van't Hoff,

Sv. Arrhenius, W. Ostwald, W. Nernst und vieler anderer zu so reicher Entwicklung gebrachte molekulare Theorie der Lösungen, deren Sätze jetzt alle durch sie in innigem Zusammenhang stehend erscheinen, in eine Reihe mehr oder weniger vereinzelter Erfahrungssätze zerfallen; so z. B. würde der Avogadrosche Satz für den osmotischen Druck nicht in allgemeinen Zusammenhang gebracht werden können mit dem für Gase, das Ostwaldsche Gesetz für den Dissoziationsgrad der Elektrolyte nicht mit dem für Gasdissoziation, das Schmelzpunktsgesetz von Mischmetallen nicht mit dem Gefrierpunktsgesetz von Salzlösungen etc. Da nun keiner dieser Erfahrungssätze absolut exakt ist, so hätte man auch keinen Maßstab zur Beurteilung der Frage, wie die Grenzen der Gültigkeit dieser einzelnen Sätze sich gegenseitig bedingen. Man würde es als ein zufälliges und für das Kausalitätsgefühl beunruhigendes Zusammentreffen hinnehmen müssen, daß man auf einem prinzipiell unzulässigen Wege stets richtige Resultate findet. Logisch konsequent wäre ein solcher Standpunkt ja allerdings, aber zugleich auch in hohem Grade unökonomisch. Es ist daher auch nicht anzunehmen, daß die Theorie der Lösungen in ihrer weiteren Entwicklung jemals eine so rückläufige Richtung einschlagen wird, daß sie auf die Benutzung idealer Prozesse Verzicht leistet.

Eine Schwierigkeit birgt allerdings auch die Methode der idealen Prozesse in sich. Sie erfordert nämlich bei ihrer Anwendung absolut scharfe Begriffe, sorgfältiges Festhalten der einmal eingeführten Definitionen unter peinlicher Vermeidung der Einmischung fremder, nur aus der Gewöhnung an realisierbare Prozesse entsprungener Vorstellungen, und endlich genaueste Berücksichtigung aller Einzelheiten der gedachten Prozesse, auch solcher, die bei oberflächlicher Betrachtung geringfügig erscheinen. Es sind dies Bedingungen, die zwar selbstverständlich klingen, die aber dennoch, seitdem die thermodynamische Beweismethode populärer geworden ist, leider manchmal nicht genügend beachtet werden und dadurch für die Wertschätzung der Methode vielleicht einmal verhängnisvoll werden könnten.

Zur leichteren Vermeidung von Fehlern und zur Vereinfachung des Rechnungsverfahrens trägt es häufig bei, wenn

man bei speziellen Anwendungen nicht jedesmal auf die Beschreibung passend erdachter Prozesse zurückgeht, sondern statt dessen gewisse, ein für allemal definierte Funktionen (Energie, Entropie, freie Energie, thermodynamisches Potential etc.) benutzt, deren Existenz eben durch die Eigenschaften der betreffenden Prozesse bedingt wird. So rechnet man in der Thermochemie, nach dem Vorgange W. Ostwalds¹⁾, jetzt häufig direkt mit den Energien selbst, statt, wie früher, mehr oder weniger übersichtliche Kreisprozesse zu kombinieren. Beim zweiten Hauptsatz der Thermodynamik liegen die Verhältnisse ganz ähnlich, und es ist für mich keine Frage, daß sich auch hier das direktere Verfahren mit der Zeit immer mehr einbürgern wird.

Wenn man sich aber nun einmal auf den als rationell erkannten Standpunkt stellt und die idealen Prozesse prinzipiell als zulässig erachtet, so wüßte ich schlechterdings keinen speziellen Grund — und auch Hr. Cantor hat keinen angeführt —, weshalb man nicht auch den in meinem Kontinuitätssatz dargestellten idealen Prozeß als einen gleichberechtigten erklären sollte. Er steht auf ganz derselben Stufe wie die oben beispielsweise genannten idealen Prozesse, er führt auch zu durchaus richtigen Folgerungen. Zum mindesten würde man also genötigt sein, seine Berechtigung wenigstens hinterher als der näheren Prüfung wert anzuerkennen, und zwar auch dann, wenn er noch viel weniger plausibel erscheinen sollte, als er es tatsächlich von vornherein ist. Und wenn man bei alledem noch prinzipielle Bedenken gegen seine Zulässigkeit hegt, so wäre es das beste, ja das einzige Mittel, zu einer endgültigen Entscheidung zu gelangen, daß man vorläufig einmal von der Annahme der Richtigkeit ausginge und nun untersuchte, ob vielleicht weitere Folgerungen zu einem Widerspruch mit der Erfahrung führen. Das Resultat einer derartigen Untersuchung würde unter allen Umständen als eine wertvolle Bereicherung der Thermodynamik betrachtet werden müssen.

Hr. Cantor eignet sich diesen naheliegenden Gedanken-gang nicht an, er geht im Gegenteil in seiner ablehnenden

1) W. Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chem. 2. p. 30. 1887.

Kritik noch ein erhebliches Stück weiter, indem er meinen Kontinuitätssatz nicht nur als unbewiesen, sondern auch als inhaltlich unzutreffend oder wenigstens als einigermaßen unwahrscheinlich hinstellt. Er sagt nämlich, man könne mit demselben, vielleicht sogar mit noch größerem Rechte, die gerade entgegengesetzte Behauptung aufstellen, daß es schon an und für sich widersinnig sei, bei unveränderten Molekülen eine Änderung des Aggregatzustandes vorgenommen zu denken; das Molekül sei vielmehr an den Aggregatzustand geradezu geknüpft. „Den Aggregatzustand ändern und die Molekularstruktur erhalten zu wollen, hieße begrifflich sich Widersprechendes realisieren wollen.“

Dieser Satz macht nach meiner Meinung einen Strich durch alle Errungenschaften der modernen Lösungstheorie. Denn deren eigentliche Bedeutung liegt ja gerade darin, daß sie den Begriff des Moleküles unabhängig gemacht hat vom Aggregatzustand wie auch vom Lösungsmittel; daß sie ein Molekül durch alle Aggregatzustände und durch jedes Lösungsmittel hindurch, mag es nun Wasser, Alkohol oder Vakuum heißen, im Auge zu behalten und messend zu verfolgen gestattet. Welchen Sinn hätte wohl die oft gestellte und experimentell wie theoretisch erfolgreich geprüfte Frage, ob ein Molekül beim Übergang in einen anderen Aggregatzustand oder in ein anderes Lösungsmittel seine Größe behält oder sich dissoziiert oder andere chemische Verbindungen eingeht, wenn es sogar *begrifflich* unzulässig sein sollte, das Molekül unabhängig vom Aggregatzustand zu betrachten? Nein, nicht begrifflich, sondern nur durch die Bedingung des physikalisch-chemischen Gleichgewichtes ist die Molekularstruktur an bestimmte Aggregatzustände und Lösungsmittel geknüpft.

Diese Überbrückung der Kluft zwischen den verschiedenen Aggregatzuständen und den verschiedenen Lösungsmitteln, welche durch die neuere Lösungstheorie eingeführt wurde und die es möglich macht, die Definition des in einem beliebigen Lösungsmittel gelösten Moleküles an die des gasförmigen Moleküles direkt anzuschließen, ist es nun gerade, welche durch meinen Kontinuitätssatz zum Ausdruck gebracht wird; ich stehe daher nicht an, diesen Satz geradezu als eine besonders prägnante Fassung des Grundgedankens der Lösungstheorie zu be-

trachten. Denn daß aus ihm mit Notwendigkeit alle bekannten Gesetze der verdünnten Lösungen, namentlich der Avogadro'sche Satz, sich ergeben, hat auch Hr. Cantor nicht bestritten.

Es ist natürlich ohne weiteres klar, daß man einer Theorie, die etwas Neues bringen soll, auch irgend eine neue Voraussetzung zu Grunde legen muß; denn aus nichts läßt sich nichts beweisen. Und ebenso ist klar, daß diese Voraussetzung den eigentlichen Kern der Theorie in kondensierter Form schon enthalten muß. Im vorliegenden Fall, bei der molekularen Theorie der Lösungen, hat man die Wahl, jene Voraussetzung entweder einzelnen Erfahrungssätzen zu entnehmen, oder sie in einem allgemeineren Grundsatz auszudrücken. So kann man, wie van't Hoff es zuerst getan hat, ausgehen von den Gesetzen des osmotischen Druckes; man kann auch ausgehen von dem Henry'schen Gasabsorptionsgesetz.¹⁾ Aber diese Erfahrungssätze sind sicher nur angenähert richtig, und man hat von vornherein kein Mittel, um die Grenzen ihrer Gültigkeit zu bestimmen. Daher scheint es mir von Interesse zu sein, auch einen Satz zu kennen, der den Voraussetzungen der molekularen Lösungstheorie einen thermodynamisch vollkommen allgemein brauchbaren Ausdruck verleiht. Daß die Anwendungen dieses Satzes nicht ohne weiteres für beliebige Lösungen, sondern vorläufig nur für verdünnte Lösungen nutzbar sind, liegt nach der von mir ausgearbeiteten Theorie ganz in der Natur der Sache und erscheint einfach als Folge des Umstandes, daß Energie und Volumen einer nicht mehr in idealem Verdünnungszustand befindlichen Lösung, wegen der Wechselwirkungen der gelösten Moleküle untereinander, nicht linear von den Molekülzahlen abhängen. Hierin liegt auch gleich die Möglichkeit einer Erweiterung der Theorie angedeutet, auf einem Wege, den H. Jahn²⁾ unlängst mit Erfolg betreten hat. Freilich besteht dabei die Schwierigkeit, daß man gezwungen ist, von vornherein bestimmte Annahmen bezüglich der chemischen Natur der in der Lösung vorhandenen Moleküle zu

1) Wie sich aus diesem Gesetz, mit gänzlicher Vermeidung der Einführung des osmotischen Druckes, die Gasgesetze, einschließlich des Avogadro'schen, für verdünnte Lösungen herleiten lassen, hat mir unlängst Hr. F. Richarz brieflich mitgeteilt.

2) H. Jahn, Zeitschr. f. physik. Chem. 41. p. 257. 1902.

machen, über deren Berechtigung nur der schließliche Erfolg entscheiden kann.

Einen weiteren Beleg zu Gunsten der hier geschilderten Auffassung finde ich in den positiven Resultaten des Cantorschen Aufsatzes. Hr. Cantor leitet im Anschluß an die Helmholtzsche Thermodynamik einen Ausdruck für die elektromotorische Kraft einer Konzentrationskette ab. Er vermeidet dabei ganz die Voraussetzungen und Vorstellungen der molekularen Lösungstheorie und bedient sich nur solcher Größen, welche sich ohne derartige Vorstellungen definieren lassen. Die Folge davon ist, wie er auch selber betont, daß seine Formeln niemals einen Einblick in die molekularen Verhältnisse und Vorgänge gewähren können. Daher erfährt man auf diesem Wege auch niemals etwas über die an den einzelnen Grenzflächen je zweier Leiter auftretenden Potentialdifferenzen, deren Natur, wie zuerst die Untersuchungen von W. Nernst¹⁾ gezeigt haben, gerade durch die molekulare Theorie in weitgehendem Maße aufgeklärt wird.

Es erhellt daraus, daß der von Hrn. Cantor empfohlene Weg keineswegs geeignet sein würde, als Ersatz für den von mir eingeschlagenen zu dienen.

Berlin, Januar 1903.

1) W. Nernst, Zeitschr. f. physik. Chem. 4. p. 129. 1889.

(Eingegangen 4. Januar 1903.)

16. Über die Ausdehnung des geschmolzenen Quarzes;

von L. Holborn und F. Henning.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Den verschiedenen Körpern, die unlängst in der Reichsanstalt auf ihre Ausdehnung in hoher Temperatur untersucht worden sind¹⁾, haben wir noch den geschmolzenen Quarz angeeignet, der wegen seiner geringen thermischen Ausdehnung besonderes Interesse bietet. Es stand uns für diese Untersuchung ein Stab von 0,52 m Länge zur Verfügung, den wir der Firma Heräus verdanken. Er war hinreichend gerade, aber nicht von gleichmäßigem Querschnitt. Das Gewicht betrug 7,72 g und die Dichte, die an einem kürzeren und dickeren Stück aus derselben Bezugsquelle bestimmt wurde, 2,202. Der mittlere Durchmesser betrug also 2,9 mm.

An den Enden des Stabes wurden zunächst parallele, durch die Achse gehende Ebenen angeschliffen, auf denen je fünf Teilstriche mit dem Diamanten gezogen wurden. Die Heizung, sowie die Bestimmung der Ausdehnung geschah mit dem bei einer früheren Gelegenheit beschriebenen Apparat.²⁾ Außer bei Zimmertemperatur wurde bei 250, 500, 750 und 1000° beobachtet.

Die Ausdehnung λ , für das Temperaturintervall $\vartheta_2 - \vartheta_1$ setzt sich zusammen aus den Verschiebungen m_1 und m_2 der beiden Stabenden. Hierzu kommt noch eine kleine Korrektur α , welche durch die Temperaturänderung des Mikroskopträgers aus Nickelstahl bewirkt wird. In der folgenden Zusammenstellung sind die Ergebnisse der verschiedenen Beobachtungsreihen in $\mu (= 0,001 \text{ mm})$ angegeben.

1) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 4. p. 104. 1901; L. Holborn u. E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 6. p. 136. 1901; W. Dittenberger, Zeitschr. d. Ver. deutscher Ingen. 46. p. 1532. 1902.

2) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 2. p. 505. 1900.

ϑ_1	ϑ_2	m_1	m_2	α	λ_s
17°	250°	+ 75	- 22	+ 1	54
		+ 116,5	- 60	+ 1	57,5
		- 18,5	+ 66	+ 1,5	54
		+ 20	+ 29,5	+ 2,5	52
250	500	- 174	+ 252,5	+ 1	79,5
		- 7,5	+ 81	+ 0,5	74
		- 159	+ 234	+ 2	77
500	750	- 404	+ 471	+ 1	68
		- 695,5	+ 757	+ 0,5	62
		- 208	+ 267,5	+ 0,5	60
		- 422,5	+ 484,5	+ 0,5	62,5
16	750	- 217	+ 406	+ 3,5	192,5
750	1000	- 347,5	+ 413,5	0	66
		- 139	+ 200	0	61

Hieraus folgt im Mittel für λ_s von 0 bis 1000° der Wert 0,262 mm. Da die Entfernung der beiden Gruppen von Teilstrichen an den Stabenden gleich 486,9 mm bei 0° war, so ergibt sich für die Ausdehnung der Längeneinheit für 1° (zwischen 0 und 1000°) der Wert

$$0,000\,000\,54.$$

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten Werte von λ_s mit denen verglichen, die sich unter der Voraussetzung berechnen, daß die Ausdehnung des Materiales zwischen 0 und 1000° gleichmäßig verläuft.

	$\lambda_s (\mu)$		
	beob.	ber.	beob.—ber.
250°	59	65,5	- 6,5
500	136	131	+ 5
750	198	196,5	+ 1,5
1000	262	262	0

Durch eine quadratische Gleichung lassen sich die Beobachtungen nicht viel besser darstellen.

Auf die größeren Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung in tieferen Temperaturen, die jedoch auch nur 0,005 mm betragen, legen wir zunächst wegen der etwas unregelmäßigen Gestalt des Stabes kein großes Gewicht. Es ist

jedoch nicht ausgeschlossen, daß oberhalb 500° eine Änderung im Verlauf der Ausdehnung eintritt, wie sie nach Le Chatelier¹⁾ der natürliche Quarz in stärkerem Maße zeigt. Hier wären genauere Beobachtungen mit größeren Längen und regelmäßigeren Stäben anzustellen.

Jedenfalls folgt aus unseren Beobachtungen, daß die Ausdehnung nicht so ungleichmäßig verläuft, wie Le Chatelier²⁾ angibt. Er verglich den geschmolzenen Quarz mit Porzellan und fand, daß sich der Quarz von 750° an etwas zusammenzieht. Nun ist die Ausdehnung des Porzellans oberhalb 600° unregelmäßig, wie früher gezeigt worden ist³⁾, sodaß es sich nicht zum Vergleich eignet. Callendar⁴⁾ gibt für den Ausdehnungskoeffizienten des geschmolzenen Quarzes zwischen 0 und 1000° den Wert $5,9 \times 10^{-7}$ an.

Nachwirkungen des erhitzten Quarzes wurden von uns nicht beobachtet.

1) H. Le Chatelier, *Compt. rend.* **108**, p. 1046. 1889.

2) H. Le Chatelier, *Compt. rend.* **130**, p. 1703. 1900.

3) L. Holborn u. E. Grüneisen, *l. c.*

4) H. L. Callendar, *Chem. News* **83**, p. 151. 1901. — Eine Zusammenstellung der Untersuchungen über geschmolzenen Quarz findet sich bei W. A. Shenstone, *Nature* **64**, p. 65. 1901.

(Eingegangen 23. Dezember 1902.)

**17. Der Energieinhalt einer unendlich hohen
Luftsäule bei konstantem Werte von g und T ;
von A. Schmidt.**

Vielleicht war es ein ungerechtfertigter Euphemismus, wenn ich in meiner Erwiderung¹⁾ auf die Arbeit des Hrn. F. M. Exner²⁾ „über den Gleichgewichtszustand eines schweren Gases“ von einer „Verwechslung“ der beiden Konstanten c_p und c_v sprach, denn in der Tat wußte ich wohl, daß es sich nicht um ein privates Versehen des Hrn. Autors handle, sondern um einen in der meteorologischen Litteratur auch sonst vertretenen Irrtum. Einem privaten Versehen gegenüber könnte ich mich darauf beschränken, in der Replik des Hrn. Exner³⁾, welche überhaupt nicht auf meine einfache und elementare Beweisführung mittels Teilung der ganzen Luftsäule in Zellen eingeht, die zwei Gleichungen zu unterstreichen p. 967 unten: $p v = R T$, und p. 968 oben: $p dv = R dT + g dh$. Da diese Zutat $g dh$ einen Fehler, ich möchte fast sagen einer schulmäßigen Meteorologie darstellt, so halte ich es für geboten, diesem Irrtum noch einmal eingehend zu Leibe zu gehen. Schon im Jahre 1889, in einem in engerem Kreise gehaltenen Vortrage⁴⁾, hatte ich neben anderen Protesten auch den Protest gegen diese falsche Energieberechnung ausgesprochen. Die Meteorologische Zeitschrift, der ich damals meine Abhandlung mit dem Ersuchen um Beihilfe zu weiterer Publizität vorlegte, hat mich mit einer wenig empfehlenden kurzen Besprechung⁵⁾ abgefunden. Erst

1) A. Schmidt, Ann. d. Phys. 8. p. 924. 1902.

2) F. M. Exner, Ann. d. Phys. 7. p. 683. 1902.

3) F. M. Exner, Ann. d. Phys. 9. p. 967. 1902.

4) A. Schmidt, Math.-naturw. Mitteilungen von Böklen 3. p. 23. 1890.

5) Meteorol. Zeitschr. 7. p. [48]. 1890.

Ende 1898¹⁾ hat sie mich einer eingehenderen Besprechung gewürdigt, zu welcher ich mich neuerdings an anderem Orte²⁾ geäußert habe.

Mit Umgehung der anderen Differenzpunkte hebe ich aus der zweiten Besprechung eine Stelle heraus, für welche Hr. v. Bezold die Verantwortung trifft:

„Nimmt man an, man habe ein senkrechtes, luftleeres Rohr, das bis über die Höhe der Atmosphäre hinausreicht, während am Grunde desselben in einem Gefäß Luft eingeschlossen sei und man lasse nun diese Luft etwa durch Öffnen eines Hahnes in das vorher luftleere Rohr eintreten, dann wird nach erreichtem Gleichgewichtszustand der Schwerpunkt der ganzen Masse viel höher liegen als ursprünglich, und dann wird natürlich *neben der Expansionsarbeit auch noch die Hebungsarbeit* in Betracht zu ziehen sein, die dann ebenfalls auf Kosten der inneren Energie, d. h. durch Abkühlung geleistet werden muß.“ In dieser Stelle liegt gewissermaßen das ausgesprochen, was Hr. Exner zur Begründung des oben erwähnten Zusatzes gdh hätte hinzufügen sollen.

Sehen wir uns an der Hand der Formeln des Hrn. Exner die Frage etwas genauer an. Die Gleichung $dq = du + pdv$ oder besser, wenn man, wie herkömmlich, Wärme und Arbeit in verschiedenem Einheitsmaß ausdrückt, $dq = du + Apdv$, ist nicht zu beanstanden, unter dq ist die der Gewichtseinheit Luft zugeführte Wärmemenge, unter $du = c_v dT$ die Temperatur erhöhende innere Energie, unter $Apdv$ die zu äußerer Arbeit verwendete Wärmemenge zu verstehen. Also beispielsweise: Wir haben einen senkrechten Zylinder, darin 1 kg Luft, darüber einen durch sein Gewicht die Luft komprimierenden eisernen Kolben, über dem Kolben ein Vakuum. Das Kolbengewicht sei G . Nun führen wir der Luft die Wärmemenge dq zu, sie dehnt sich aus unter Hebung des Kolbens um die Höhe dh , sie erwärmt sich um dT , welches ist nun der Wert von pdv ? Offenbar die Größe Gdh , der sichtbare Effekt der Ausdehnungsarbeit, zu dem bei genügend schwerem Kolben nur noch ein verschwindend kleiner Betrag einer zweiten Hebungsarbeit

1) Meteorol. Zeitschr. 15. p. 448. 1898.

2) A. Schmidt, Gerlands Beiträge zur Geophysik 5. (3) p. 389. 1902.

hinzukommt, die Erhebung des Luftschwerpunktes. Es wäre ganz falsch zu sagen

$$dq = c_v dT + AR dT + AG dh,$$

das wäre ein Pleonasmus, denn $AR dT$ ist identisch mit $AG dh$ und darf nicht doppelt in Rechnung genommen werden. Es ist entweder $dq = c_v dT + AR dT$ oder $dq = c_v dT + AG dh$, beides ist ungefähr gleichberechtigt. Die erstere Form gibt auch $dq = c_p dT$ ohne jede Zutat.

Statt aus Eisen kann der Kolben nun auch aus Luft bestehen. Einer Luftsäule vom Gewicht P und der Schwerpunkthöhe H führe ich successiv die Wärmemenge dq zu. Zuerst dem untersten Teile vom Gewicht dP eine Quantität d^2q unter Erhöhung der Temperatur um dT und der Schwerpunkthöhe der ganzen Säule um d^2H , es ist

$$d^2q = dP \cdot c_v dT + AP d^2H,$$

alsdann verfähre ich ebenso mit der zweituntersten Luftmenge dP , dann mit der drittfolgenden, immer die Temperatur um den gleichen Betrag dT , die Schwerpunkthöhe um d^2H vermehrend bis ins Unendliche.

Die Summe aller d^2H ist dH . Es wird durch Summation

$$dq = P \cdot (c_v dT + AdH) = P \cdot c_p dT.$$

Für die Luftsäule mit durchaus gleicher Temperatur T folgt sogleich $q = P(c_v T + AH)$ als Ausdruck für den Energieinhalt. Mit den Beziehungen

$$dP = \rho g dh \quad \text{und} \quad HP = \int_0^{\infty} \rho g h dh$$

gibt die letzte Gleichung

$$q = g \int_0^{\infty} (c_v T + Ah) \rho dh,$$

die sich von der letzten Gleichung des Hrn. Exner

$$q = \int_0^{\infty} (c_p T + Ag h) \rho dh$$

nur noch durch zweierlei unterscheidet: Wir beziehen c_v und c_p auf die Gewichtseinheit Luft, Hr. Exner auf die Masseneinheit.

Das ist unwesentlich. Wesentlich ist der Unterschied von c_v und c_p . Die Gleichung

$$q = g \int_0^{\infty} c_p T \rho \, dh$$

wäre der unsrigen gleichberechtigt.

In vielen Fällen, so bei Luftsäulen endlicher Höhe, besteht der Schein adiabatischer Zustandsänderung bei Zufuhr oder Entziehung von Wärme, ohne daß bei näherer Prüfung die Ausdehnungsarbeit $p \, dv$ den vollen Betrag $R \, dT$ erreicht, dann hat die Gleichung $c_p \, dT = c_v \, dT + A \, dH$ keine Berechtigung.

(Eingegangen 20. Dezember 1902.)

(Nachdem die Herren F. M. Exner und A. Schmidt in dieser Polemik jeder zweimal das Wort ergriffen haben, wird dieselbe von der Redaktion nunmehr als abgeschlossen betrachtet.)

18. *Die Messungen des Hrn. Gallenkamp mit Adhäsionsplatten; von G. Quincke.*

Hr. Gallenkamp¹⁾ hat in diesen Annalen „eine neue Bestimmung von Kapillaritätskonstanten mit Adhäsionsplatten“ veröffentlicht. Als Hauptresultat wird angeführt, daß der Randwinkel einer netzenden Flüssigkeit gleich 0° zu setzen ist.

Da die Arbeit nach Angabe des Verfassers auf Anregung und unter Leitung von H. v. Helmholtz ausgeführt worden ist, und da dieser von 1882 bis zu seinem 1894 erfolgten Tode meine Arbeiten über Kapillarität durch seine Schüler hat kritisieren lassen, so sehe ich mich veranlaßt folgendes zu erwidern.

1. Die vom Verfasser benutzte Methode, eine Adhäsionsplatte mit der Wage zu heben, bis das höchste Element der freien Flüssigkeitsoberfläche am unteren Rande der Adhäsionsplatte vertikal wird, ist nicht neu, und schon 1846 von G. Hagen²⁾ angewandt worden. Daß das letzte Element der freien Flüssigkeitsoberfläche vertikal ist, beurteilt Hagen aus dem vom Flüssigkeitszylinder durchgelassenen Licht, der Verfasser aus dem von der Flüssigkeitsoberfläche reflektierten Licht.

Nach G. Hagen ist die Kraft, mit der die Scheibe herabgezogen wird (abgesehen von ihrem eigenen Gewicht), gleich dem hydrostatischen Druck der an der Basis haftenden Masse plus der Spannung der in den Zylindermantel der Scheibe übergelenden Oberfläche. Dieser Kraft hält das Gewicht G auf der anderen Seite der Wage das Gleichgewicht und es ist

$$(1) \quad G = z_0 \cdot \pi r^2 \sigma + 2\pi r \alpha,$$

wenn r den Radius der Adhäsionsscheibe, α die Spannung der freien Flüssigkeitsoberfläche und σ das Gewicht der Volumeneinheit der Flüssigkeit bezeichnet. z_0 ist die Höhe der unteren

1) W. Gallenkamp, Ann. d. Phys. 9. p. 475. 1902.

2) G. Hagen, Abh. d. Berl. Akad. p. 12. 1846; Pogg. Ann. 77. p. 462. 1846.

Basis der Adhäsionsscheibe über dem ebenen Teile der Flüssigkeitsoberfläche. Nennt man die spezifische Kohäsion a^2 , so ist

$$(2) \quad a^2 = \frac{2\alpha}{\sigma},$$

$$(3) \quad G = z_0 \cdot \pi r^2 \sigma + \pi \cdot r \cdot a^2 \sigma.$$

Für benetzende Flüssigkeiten ist a die Steighöhe an einem vertikalen Planglas. z_0 ist immer positiv und kleiner als a ; umsomehr, je kleiner r ist.

Nach dem Verfasser (p. 486) soll für Wasser mit dem spezifischen Gewichte 1 sein

$$\begin{array}{llll} r = 60 \text{ mm} & a^2 = 14,42 \text{ mm}^2 & a = 3,797 \text{ mm} & G = 46,5 \text{ g} \\ \text{oder} & = 14,14 & = 3,760 & = 46 \end{array}$$

Setzt man z_0 möglichst groß gleich a , so folgt aus Gleichung (3)

$$\begin{array}{l} G = 42,95 \text{ g} + 2,72 \text{ g} = 45,67 \text{ g} \\ \text{oder} = 42,53 + 2,66 = 45,19 \end{array}$$

Da z_0 aber kleiner als a ist, so sind diese Gewichte noch zu groß, während der Verfasser $G = 46,5$ bez. 46 g findet. Die von ihm benutzte Rechnung ist also mangelhaft.

Der Verfasser benutzt die Gleichung (3) und eine von Kirchhoff herrührende Korrekutionsrechnung, bei welcher die höheren Potenzen von a/r vernachlässigt werden. Da bei den vom Verfasser benutzten Adhäsionsplatten $a/r = \frac{1}{16}$ war, so dürfen die höheren Potenzen von a/r nicht vernachlässigt werden.

2. Die früheren Arbeiten über Kapillaritätskonstanten wurden vom Verfasser nur lückenhaft und willkürlich berücksichtigt.

Der Randwinkel, den die Oberfläche einer Flüssigkeit mit der Fläche eines festen Körpers bildet, wird nach dem Verfasser (p. 475) von der bei weitem größten Zahl der Physiker gleich Null gesetzt, während andere, namentlich Quincke, ihm immer endlichen Wert geben. Eine zweifellose Methode zur direkten Bestimmung seiner Größe gebe es nicht, und doch beruhe jede der bisherigen Bestimmungen der Kapillaritätskonstanten auf der Kenntnis seiner Größe. Durch Kombination der Steighöhen in engen Röhren und der Größenverhältnisse von Tropfen und Blasen hätte ich einen endlichen, nicht unbeträchtlichen Wert für den Randwinkel gefunden.

Daß ich außer mit Messungen von Steighöhen in Kapillarröhren und von Blasen¹⁾ auch gleichzeitig den Randwinkel mit optischen Methoden direkt gemessen habe für eine ebene feste Wand²⁾ und später in Kapillarröhren³⁾, ist dem Verfasser also nicht bekannt. Oder sollte er die dort angegebenen Methoden für nicht zweifellos ansehen?

„Zweifellos“ kann man mit der vom Verfasser benutzten Methode der Adhäsionsplatte über den Randwinkel nichts entscheiden, da die mit der Wage gefundenen Gewichte vom Randwinkel unabhängig sind [vgl. Gleichung (3)].

3. Berechnet man aus meinen Messungen von 1877 an Kapillarröhren die spezifische Kohäsion a^2 unter der für den Verfasser günstigsten Annahme, daß der Randwinkel 0° war, so findet man, abgesehen von Alkohol, stets größere Werte, als der Verfasser aus seinen Versuchen mit Adhäsionsplatten, wie die folgende Zusammenstellung zeigt. Der von Hrn. Gallenkamp untersuchte Alkohol war nicht wasserfrei.

	Quincke 1877 mit Kapillarröhren		Gallenkamp 1902 mit Adhäsionsplatten	
	Spez. Gew.	a^2	Spez. Gew.	a^2
Wasser	1	14,70 mm ²	1	14,61 mm ²
Alkohol	0,790	5,80	0,794	5,98
Schwefelsäure	1,049	14,04	1,040	13,68
„	1,362	11,47	1,303	11,16
„	1,837	6,52	1,843	6,43
Chlorcalciumlösung	1,081	14,11	1,166	13,13
„	1,213	13,72	1,236	12,59
„	1,420	13,64	1,460	9,89

Ob Hr. Gallenkamp unreine Oberflächen gehabt oder seine Beobachtungen bloß mangelhaft berechnet hat, kann ich nicht entscheiden.

4. Meine späteren Messungen von 1894 über Steighöhen von Wasser in Kapillarröhren⁴⁾ mit einem Randwinkel von 0° werden vom Verfasser gar nicht erwähnt. Die spezifische

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 160. p. 371. 1877.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 2. p. 145. 1877.

3) G. Quincke, Wied. Ann. 52. p. 10. 1894.

4) G. Quincke, Wied. Ann. 52. p. 15. 1894.

Kohäsion a^2 fand ich mit denselben um so größer, je größer der Röhrendurchmesser war:

für Wasser bei 18°:

$a^2 = 14,78$ bis $15,69 \text{ mm}^2$ für Röhren von 0,30 bis 1,42 mm Durchmesser aus Jenaer Normalglas,

$a^2 = 15,00$ bis $15,55 \text{ mm}^2$ für Röhren von 0,44 bis 1,58 mm Durchmesser aus englischem Flintglas.

An derselben Stelle habe ich eine Zusammenstellung sämtlicher Messungen der Kapillaritätskonstanten des Wassers gegeben, die von A. Kalähne¹⁾ in seiner Arbeit über Kapillarwellen bis in die neueste Zeit fortgeführt worden ist.

Meine früheren Entgegnungen²⁾ auf die Kritik meiner Arbeiten über Kapillarität halte ich noch heute für richtig und begründet.

Heidelberg, den 24. November 1902.

1) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 7. p. 467. 1902.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 27. p. 219. 1886; 61. p. 267. 1897.

(Eingegangen 26. November 1902.)

Berichtigung.

In der Arbeit K. v. Wesendonek: „Über die Ungleichung von Clausius etc.“ Bd. 9, p. 1137 lies

$$\int_0^1 \frac{dQ}{T} + S_0 - S_1 \equiv 0$$

anstatt

$$\int_0^1 \frac{dQ}{T} + S_1 - S_0 \equiv 0.$$





Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

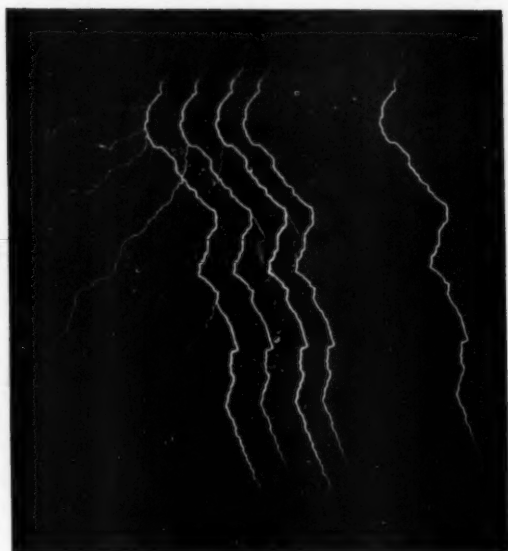


Fig. 4.



